Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft

Erste deutschsprachige Zeitschrift
für Kybernetischen Pädagogik
und Bildungstechnologie

Informations- und Zeichentheorie
Sprachkybernetik und Texttheorie
Informationspsychologie
Informationsästhetik
Modelltheorie
Organisationskybernetik
Kybernetikgeschichte
und Philosophie der Kybernetik

Begründet 1960 durch Max Bense
Gerhard Eichhorn
und Helmar Frank

Band 13 · Heft 1
März 1972
Kurztitel: GrKG 13/1

INHALT

HERMANN SCHROEDEL VERLAG KG

Neuerdings vollzieht sich eine immer stärker werdende Annäherung zwischen Natur- und Geisteswissenschaft als Auswirkung methodologischer Bestrebungen, für die sich das Wort Kybernetik eingebürgert hat. Die Einführung statistischer und speziell informationstheoretischer Begriffe in die Ästhetik, die invariantentheoretische Behandlung des Gestaltbegriffs und die Tendenzen, zwischen der Informationsverarbeitung in Maschine und Nervensystem Isomorphismen nachzuweisen, sind nur drei Symptome dafür.

Die Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft sollen der raschen Publikation neuer Resultate dienen, welche diese Entwicklung zu fördern geeignet sind. Veröffentlicht werden vor allem grundlegende Ergebnisse, sowohl mathematischer, psychologischer, physiologischer und in Einzelfällen physikalischer als auch philosophischer und geisteswissenschaftlicher Art. Nur in Ausnahmefällen werden dagegen Beiträge über komplexere Fragen der Nachrichtentechnik, über Schaltungen von sehr spezieller Bedeutung, über Kunst und literaturgeschichtliche Probleme etc. angenommen. In geringer Zahl werden Buchbesprechungen veröffentlicht. (GrKG 1/1 S. 1)

Manuskriptsendungen: an Schriftleitung gemäß unseren Richtlinien auf der dritten Umschlagseite.

Schriftleiter
Prof. Dr. Helmar Frank
FEoLL-Institut für Kybernetik
479 Paderborn, Rathenaustr. 69-71

Geschäftsführende Schriftleiterin
Brigitte Frank-Böhringer
1 Berlin 46
Calandrellistr. 59 B

Les sciences naturelles et les sciences humaines se rapprochent de plus en plus; ce rapprochement est une conséquence des tendances métodologiques appelées cybernetique. L'introduction en esthétique de termes statistiques et surtout de termes de la théorie de l'information, le fait de considérer mathématiquement la notion de Gestalt comme une invariante, et les tendances à chercher des isomorphismes entre la transformation de l'information par les machines et par le système nerveux sont seulement trois exemples du dit rapprochement.

Les «Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft» ont pour but de publier rapidement des résultats nouveaux capables de contribuer à ce dévéloppement. Surtout des résultats fondamentaux (soit de caractère mathématique, psychologique, physiologique et quelquefois physique – soit de caractère philosophique ou appartenant aux sciences humaines) sont publiés. Par contre des travaux concernant soit des questions assez complexes de la théorie de communication et télecommunication, soit des reseaux éléctriques ayant des buts trop spéciaux, soit des problèmes de l'histoire de l'art et de la litérature etc. ne sont acceptés qu'exceptionnellement aussi que les comptes rendus de nouvaux livres. (GrKG 1/1 p. 1)

Les manuscrits doivent être envoyés au rédacteur en chef. Quant à la forme voir les remarques à la page 3 de cette couverture.

Rédacteur en chef
Prof. Dr. Helmar Frank
FEoLL-Institut für Kybernetik
479 Paderborn, Rathenaustr. 69-71

Rédacteur gérant
Brigitte Frank-Böhringer
1 Berlin 46
Calandrellistr. 59 B

Natural and cultural sciences are in train to come together closer and closer as a consequence of methodologica-tendencies called cybernetics. The introduction of terms of statistics and specially of information theory into the terminology of esthetics, the interpretation of 'Gestalten' as mathematical invariants, and the search for isomorphisms by comparing information handling in computers and the brain are only three symptoms of the process mentioned above.

The Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft would like to cultivate this tendencies by rapid publication of new results related to cybernetics, especially results of basic interest, no matter whether belonging to the field of mathematics, psychology, physiology and sometimes even of physics, or rather to the fields of philosophy and cultural sciences. But papers which concern complex technical problems of transmission and processing of information, or electrical networks with very limited purpose, or the history of art and literature, are accepted only exceptionally. There will also be few recensions of books. (GrKG 1/1 p. 1)

Papers should be sent to the editors. For the form of manuscript see page 3 of this cover.

Editor
Prof. Dr. Helmar Frank
FEoLL-Institut für Kybernetik
479 Paderborn, Rathenaustr. 69-71

Managing Editor
Brigitte Frank-Böhringer
1 Berlin 46
Calandrellistr. 59 B

Erscheinungsweise: Viermal im Jahr mit je ca. 32 Seiten.

Preis: Einzelheft DM 7,40 – Jahresabonnement DM 29,60 (zuzüglich Postgebühren).

In eigener Sache

Die „Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft" erscheinen vom 13. Jahrgang ab im Hermann Schroedel Verlag, Hannover. Der Verlagswechsel ist mit einer Änderung der Aufmachung und einer dabei erfolgenden Unterstreichung der einstweilen eingetretenen thematischen Schwerpunktverlagerung dieser von Max Bense, Gerhard Eichhorn und Helmar Frank begründeten und seinerzeit von Felix von Cube, Gotthard Günther, Rul Gunzenhäuser, Abraham A. Moles und Elisabeth Walther mitherausgegebenen ersten deutschsprachigen Zeitschrift für Kybernetik verbunden.

Das einstige Ziel der Zeitschrift kommt im Vorwort des ersten, noch im Selbstverlag der Herausgeber erschienenen Heftes zum Ausdruck, das zwölf Jahrgänge hindurch dreisprachig die zweite Umschlagseite füllte und auch beim gegenwärtigen Heft dort abgedruckt ist. Der Text spiegelt die Lage und Hoffnung der Kybernetik in Deutschland am Ende der fünfziger Jahre. Von fortschrittlichen Biologen war die Kybernetik bereits aufgegriffen worden, während die Mehrheit der maßgebenden deutschen Ingenieure das Wort noch bis in das Jahr 1961 hinein mied. (Es taucht noch kein einziges Mal in der 1961 erschienenen ersten Auflage von Steinbuchs „Automat und Mensch" auf!) Zu den Geisteswissenschaften war die Brücke durch verschiedene Schriften von Max Bense, Gotthard Günther und (überwiegend in französischer Sprache) Abraham A. Moles sowie durch die 1959 gerade in erster Auflage erschienenen „Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie" von Meyer-Eppler schon geschlagen. Hier vor allem sollten weitere „Annäherungen" publizistisch gefördert werden — oder eigentlich umgekehrt: es sollte eine Möglichkeit eröffnet werden, die in Pilotarbeiten der ersten Träger der Zeitschrift schon vollzogene Annäherung zu publizieren. Informationspsychologie, Informationsästhetik, Sprachkybernetik und Philosophie der Kybernetik beherrschen thematisch die ersten Hefte der Zeitschrift. Dem unbestreitbaren Reichtum an neuen Ideen war noch keine übergreifende Leitidee aufgeprägt. Der Zentralbegriff der Kybernetik im Ansatz ihres eigentlichen Begründers, Hermann Schmidt (einem Autor, der vom zweiten Band an mehrfach mitarbeitete), nämlich der Begriff der Objektivation geistiger Arbeit, blieb zunächst unberücksichtigt.

Im Verlaufe der sechziger Jahre gewann im deutschen Sprachraum, insbesondere im Umkreis der „Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft", die Erkenntnis an Boden, daß die eigentliche Triebfeder der Kybernetik das Bedürfnis ist, die Vollbringung auch *geistiger* Arbeit an technische Objekte zu delegieren, kurz: sie zu *objektivieren*, und daß dies nicht ohne eine über die geisteswissenschaftlich-phänomenologische Reflexion hinausgehende wissenschaftliche Anstrengung in vorhersehbarer und reproduzierbarer Weise möglich ist, nämlich nicht ohne eine *Kalkülisierung* geistiger Arbeit. Die Bedeutung der Logistik, der Informationstheorie und die Theorie abstrakter Automaten als mathematische Werkzeuge wird von diesem Gesichtspunkt aus ebenso einsichtig wie der breite Raum, den die Bemühungen um eine Kalkülisierung im Bereich der *Psychologie* und im Bereich der Sprache bzw., allgemeiner, der *Zeichen,* einnahmen.

Die geistige Arbeit, deren Objektivierbarkeit allmählich zum Leitmotiv dieser Zeitschrift wurde, ist nicht jene geistige Arbeit, die sich selbst schon in bewußten Kalkülen vollzieht

und deren Objektivierung zu den Anliegen jenes Zweiges der Kybernetik gehört, die heute als Rechnerkunde oder Informatik bezeichnet wird. Vielmehr geht es in dieser Zeitschrift vorrangig darum, die verborgenen Algorithmen hinter jenen geistigen Arbeitsvollzügen aufzudecken oder wenigstens durch eine Folge einfacherer Algorithmen anzunähern und damit immer besser objektivierbar zu machen, welche zur Thematik der bisherigen Geisteswissenschaften gehören. Der größte Bedarf an Objektivation in diesem Bereiche ist inzwischen bei der geistigen Arbeit des *Lehrens* aufgetreten. Mit der Lehrobjektivation stellt diese Zeitschrift ein Problem in den Mittelpunkt, dessen immer bessere Lösung nicht ohne Fortschritte auch bei der Objektivierung im Bereich der Sprachverarbeitung, des Wahrnehmens, Lernens und Problemlösens, der Erzeugung ästhetischer Information und des Organisierens möglich ist. Die Bildungstechnologie als gemeinsamer, sinngebender Bezugspunkt soll künftig auch bei kybernetikgeschichtlichen und philosophischen Beiträgen zu dieser Zeitschrift deutlicher sichtbar werden.

Der Zeit des weltweit beachteten, kräftigen Aufblühens der Bildungstechnologie im deutschen Sprachraum, deren Beginn spätestens 1966 anzusetzen ist, folgte anfangs der siebziger Jahre eine Phase, die wohl als Phase der Konsolidierung der fortschrittlichen Bildungskunde und Bildungstechnik angesprochen werden darf. Aufsehenerregende Anfangserfolge können auch hier nicht ohne Tieferlegung der Fundamente und ohne harte Spezialistenarbeit fortgeführt werden – unter Beachtung der cartesischen Methode der getrennten Bewältigung der Schwierigkeiten in der Reihenfolge zunehmender Komplexität. Allgemein „verständliche" soziologisierende Phrasen, welche im Urwald gesellschaftlicher Bezüge keinen einzigen Baum mehr klar und deutlich erkennen lassen, könnten nur der Befriedigung technikfeindlicher, also sicher nicht fortschrittlicher Emotionen alter und neuer Gegner der Bildungstechnologie dienen, und ein übertriebener Gebrauch von Fremdwörtern (insbesondere von Anglizismen) – ein besonders von Neulingen nicht nur im Bereich der Bildungstechnologie und nicht erst heute gerne gewählter Fluchtweg vor dem Anspruch des Lesers auf Neues – wäre eine nur subjektive Informationserhöhung, an die der Eingeweihte rasch akkomodiert. Gegen derlei Abweichungen von der Tradition des wissenschaftlichen Fortschritts wird sich diese Zeitschrift weiterhin abgrenzen. Die Schwierigkeit wirklich originärer Beiträge ist in der Regel so unvermeidlich wie ihre enge thematische Einschränkung. Daher halten wir es für wünschenswert, in jedem der (wie bisher) vierteljährlich erscheinenden Hefte der GrKG den kybernetischen Originalarbeiten einen aus der Feder eines bestens bewanderten Autors stammenden Beitrag voranzustellen, welcher „Umschau und Ausblick" für einen breiteren Ausschnitt aus der Gesamtthematik ermöglichen soll.

Wir hoffen, daß unsere Zeitschrift durch diese alle bewährten Komponenten ihrer Tradition wahrenden Änderungen (die sich auf die Zusammensetzung des Herausgeberkreises auswirkten) ihren bisherigen Leser- und ihren Autorenstamm nicht nur behalten, sondern beide ausdehnen kann. Die nach einer bis zum zwölften Band durchgehaltenen Konstanz des Preises schon wegen der besseren Aufmachung unvermeidlich gewordene Erhöhung der Bezugskosten dürfte sicherlich kein Hindernis sein!

Schriftleitung und Verlag

Über wechselseitige Einflüsse bei der Entwicklung der Kybernetischen Pädagogik in West- und Osteuropa

von Miloš LÁNSKÝ, Paderborn

Aus dem Institut für Bildungsinformatik im FEoLL, Paderborn (Direktor: Prof. Dr. Miloš Lánský)

1. *Abgrenzung des Gegenstandes und der Methode*

1.1 *Was versteht man unter West- und Osteuropa?*

Während der Begriff „Europa" geographisch streng definiert werden kann, scheinen die Begriffe Ost- und Westeuropa doch verhältnismäßig unklar zu sein. Wie wenig relevant diese Einteilung auf unserem Arbeitsgebiet ist, zeigen folgende Tatsachen:

Die psychologischen Zugänge zur PI, die dem Neobehaviorismus entstammen, weisen zwischen den Vereinigten Staaten und der Sowjetunion größere Verwandtschaft auf als die zwischen einem dieser beiden Staaten und Deutschland oder der Tschechoslowakei. Diese gehen mehr vom gestaltpsychologischen Gesichtspunkt aus.

Eine andere Gliederung würde man finden, wenn man die Tradition der Erziehungswissenschaft und der Organisation des Bildungswesens in Mitteleuropa, in angelsächsischen Gebieten und in der Sowjetunion in Betracht zöge.

Aber trotz diesen Überlegungen muß man zugeben, daß die Verschiedenheit der politischen Entwicklung in den Ländern des Warschauer Paktes einerseits und in den übrigen Ländern Europas andererseits spezifische Kontaktschwierigkeiten hervorgerufen hat, und es bleibt nichts anderes übrig, als den Begriff Ost-West in dem erwähnten Sinn politisch zu deuten.

1.2 *Was versteht man unter dem Begriff „Kybernetische Pädagogik"?*

Um den Vergleich zwischen Ost und West auf dem Gebiet der Kybernetischen Pädagogik überhaupt zu ermöglichen, müssen wir zu diesem Zweck gewisse Grundvorstellungen vereinbaren (Lánský, 1969):

1.2.1 *Zur Definition der Pädagogik*

Wenn man als Zustände des lernenden Subjekts (des Adressaten) die Handlungsdispositionen annimmt, kann man als Lernvorgang den Prozeß der (stufenweisen) Änderung vom Anfangszustand zum Zielzustand bezeichnen, wobei nach außen diese Änderung prinzipiell beobachtbar sein sollte. Mit anderen Worten: Obwohl das Lernen selber die Änderungen der nicht direkt beobachtbaren intervenierenden hypothetischen Größen (Parameter) betrifft, sollten sich wenigstens die Anfangs- und Zielzustände in der – dem Messen zugänglichen – Form der Verhaltensänderung äußern. Während

sich die Lernpsychologie bemüht, eben solche Prozesse bei den lebendigen Wesen festzustellen und zu erklären, befaßt sich die Pädagogik mehr mit den Problemen, die einerseits das Aufstellen des Zielverhaltens – also mehr die normative Seite –, andererseits die Festsetzung der optimalen Trajektorie (Übergangsspur) vom Anfangszustand zum Zielzustand – also die mehr regulative Seite – betreffen. Die Pädagogik setzt also die Existenz eines Regelungsgliedes (Formators) voraus, das Objekt der Regelung (Komplex) ist das Lernen selber. Es muß an dieser Stelle noch betont werden, daß sich die Pädagogik ausschließlich mit dem menschlichen Lernen befaßt – manchmal wird sogar die Pädagogik der Erwachsenen als ein anderes Gebiet (Andragogik) angesehen –, während die Lernpsychologie sehr wichtige Folgerungen aus Experimenten mit Tieren zieht.

1.2.2 *Zur Definition der Kybernetik*

Was die Definition der Kybernetik betrifft, kann man schon dem Untertitel des berühmten Buches von Norbert Wiener (1948), „Kybernetik – Regelung und Nachrichtenübertragung in Lebewesen und Maschine", die entsprechende Auffassung entnehmen. Während der Begriff „Regelung" aus der Theorie der Regelkreise abgeleitet ist, wo Begriffe wie Regelungsglied, Rückkoppelung und ähnliche vorkommen, kann man den Begriff der „Nachrichtenübertragung" in den Arbeiten von Kolmogorow, Markow, Shannon und Wiener finden, wobei dieser Begriff systematisch in der Shannonschen Arbeit (1948, 1949), „Mathematische Theorie der Nachrichtenübertragung", bearbeitet worden ist. Hier wird mit Begriffen wie Nachricht, Kode, Signal, Kanal, Entropie, Redundanz, Information und ähnlichen operiert. Bemerkenswert ist bei Wiener der letzte Teil des Untertitels, „in Lebewesen und Maschine". Damit wird die Betrachtung der Regelungs- und Nachrichtenübertragungsprozesse auf einer Abstraktionsebene durchgeführt, die die Beschreibung des Verhaltens sowohl von Lebewesen als auch von Maschinen mit demselben Begriffsapparat zuläßt. Vom Standpunkt der Regelung und Nachrichtenübertragung aus werden Lebewesen und Maschinen von der Kybernetik als isomorphe Systeme betrachtet.

Es gibt mehrere Definitionen der Kybernetik, die diese oder jene Charakteristik dieses Gebietes bevorzugen. So wird zum Beispiel die Kybernetik in technische und theoretische Kybernetik eingeteilt, je nachdem, ob man mehr die technische oder die mathematische Seite betont. Dementsprechend definiert H. Frank die Kybernetik als „kalkülhafte Theorie und Technik" (Frank, 1962), wobei er mit dem Begriff der „Technik" den Anspruch der Kybernetik, an der Änderung der Welt beteiligt zu sein, zu akzentuieren versucht.

1.2.3 *Die Zusammenhänge zwischen „Pädagogik" und „Kybernetik"*

Nach diesen kurzen Erläuterungen kehren wir zurück zum Vergleich der angegebenen Definitionen der Pädagogik und der Kybernetik. Man kann unmittelbar die Zusammenhänge beider Gebiete einsehen, wenn man die Regelung des „Lernsystems" durch das

„Lehrsystem" betrachtet. Die Idee der Rückkoppelung bei der Interaktion dieser zwei Systeme findet ihren Ausdruck in den Grundthesen der Theorie der Programmierten Instruktion von Skinner (1954), Crowder (1955) und deren Nachfolgern. Die Regelung realisiert sich im Prozeß der Nachrichtenübertragung. Auch die Abstraktion, die es uns ermöglicht, die lebendigen sowie die technischen Systeme gleichzeitig zu betrachten, wird stufenweise vorgenommen.

Die Grundgedanken des neuen Grenzgebietes „Kybernetische Pädagogik" stützen sich auf die Vorstellung der Rückkoppelung zwischen dem Lehr- und dem Lernsystem, wobei die Eigenschaften des Lehrsystems unabhängig von der Tatsache formuliert werden, ob es sich um den lebendigen Lehrer oder um eine zu diesem Zweck konstruierte technische Einrichtung handelt.

Während diese Betrachtungsweise noch irgendwie annehmbar ist, stößt man auf gewisse Bedenken, wenn man die entsprechende kybernetische Abstraktionsstufe auch auf der Gegenseite, das heißt beim Lernsystem, erreichen will. Es ist gar nicht einfach, den Begriff des Lernens für Systeme einzuführen, die sowohl den Menschen als auch das Tier oder sogar die Maschine repräsentieren können.

Bisher ist keine so allgemeine Definition des Lernens eingeführt, die diese Aufgabe erfüllt. Weiter muß man darauf Rücksicht nehmen, daß das menschliche Lernen, das in der Pädagogik als Regelungsobjekt vorkommt, durch das so eingeführte abstrakte Lernen bestenfalls approximiert, keinesfalls aber in allen Aspekten charakterisiert werden kann. Das menschliche Lernen hat spezifische Seiten, die durch den Begriff des abstrakten Lernens eines Systems nicht erfaßt werden können. Diese überschreiten also den Rahmen der Kybernetischen Pädagogik. Daraus folgt, daß die Kybernetische Pädagogik zwar gewisse allgemeine Prinzipien der Pädagogik aufstellen kann, keineswegs aber die traditionelle Pädagogik zu ersetzen vermag. Es gibt auch Schwierigkeiten, die mit der praktischen Anwendung des abstrakten Lernens verbunden sind. Aus allen diesen Gründen kann man gut begreifen, warum sich die Anhänger der Kybernetischen Pädagogik mehr den Fragen widmen, die unmittelbar mit dem menschlichen Lernen zusammenhängen, als dem offensichtlich konsequenten Begriff abstrakten Lernens.

Die hier erwähnten Zusammenhänge stellen eine gemeinsame Basis für den Vergleich der Kybernetischen Pädagogik in Ost und West dar. Die bekannte Definition der Kybernetischen Pädagogik von H. Frank, die auf dem Gedanken des Pädagogen Paul Heimann (1962) im Jahr 1965 aufgebaut wurde (Frank 1965 und 1966), geht stark von den informationspsychologischen Vorstellungen aus, die im Osten bisher praktisch keine Resonanz gefunden haben. Sie würde daher den Vergleichsbereich dieser Darstellung einseitig einengen.

1.3 *Begründung der exemplarischen Methode*

Eine gewisse Schwierigkeit liegt in der Tatsache, daß die Kybernetische Pädagogik ziemlich jung und dementsprechend nicht reif genug ist für tiefgehende historische Analysen. Auch wenn man sich die Arbeit machte, alle möglichen Quellen zu diesem Thema zu sammeln, hätte man nicht genug Kriterien, nach denen diese sinnvoll klassifiziert werden könnten. Aus diesem Grund versuche ich, diese undankbare Aufgabe mit der exemplarischen Methode zu bewältigen, wobei die Wahl der Beispiele bewußt subjektiv bedingt ist.

2. *Allgemeine Erfahrungen mit den bisher geübten Kontaktformen*

In größerem Ausmaß begann der wechselseitige Informationsaustausch erst im Jahr 1965. Bis zu diesem Zeitpunkt waren die deutschsprachigen Gebiete nur über die Entwicklung in der Sowjetunion ausführlicher informiert, und zwar durch die Werke von H. Vogt, der im Jahr 1963 seine Studien über die Kybernetik und Sowjetpädagogik und die Erwachsenenbildung in der Sowjetunion und im Jahr 1965 über Programmierten Unterricht und Lehrmaschinen an Hoch- und Fachschulen der Sowjetunion veröffentlicht hat. Im selben Jahr erschien im Verlag der Akademie der Pädagogischen Wissenschaften der RSFSR in Moskau die russische Übersetzung des Buches von H. Frank, Kybernetschekije osnowy pedagogiki. In diesem Jahr wurde auch in Prag ein Lehrstuhl für Unterrichtstechnologie mit der Abteilung Kybernetische Pädagogik an der Pädagogischen Fakultät der Karlsuniversität konstituiert, der die institutionelle Basis für die intensivere Zusammenarbeit auf dem Gebiet der Kybernetischen Pädagogik zwischen der BRD und der ČSSR darstellt. Die entsprechenden Berichte, wie zum Beispiel die von H. Lindner und von H. Frank über das Seminar in Prag, erschienen im Jahr 1966.

Wie seit dieser Zeit die Anzahl der deutsch geschriebenen Artikel der tschechoslowakischen Autoren gestiegen ist, kann man leicht sehen, wenn man die Bände „Lehrmaschinen in kybernetischer und pädagogischer Sicht" oder die letzten Nummern der „Zeitschrift für die erziehungswissenschaftliche Forschung" durchblättert.

Verschiedene Artikel der westlichen Autoren wurden ins Tschechische übersetzt. Die Teilnahme der westlichen Fachleute an den letzten Konferenzen über PI in Liblice, die Dr. D. Tollingerová und Dr. V. Kulič im Rahmen der Akademie der Wissenschaften veranstalten, sowie auch der östlichen Fachleute an den Symposien der GPI ist immer intensiver geworden. Dank der Aufgeschlossenheit des Deutschen Akademischen Austauschdienstes wurde es auch den tschechoslowakischen Fachleuten ermöglicht, sich im Rahmen von Studienaufenthalten am Institut für Kybernetik bei Professor H. Frank in Berlin näher mit der Arbeit dieses Institutes zu beschäftigen. Die entsprechenden Versuche, Studienaufenthalte für die westlichen Fachleute in Prag zu organisieren, scheiterten bisher an finanziellen Schwierigkeiten, die mit der nicht freien Konvertibilität der Währungen zusammenhängen.

3. *Beispiele der wechselseitigen Beeinflussung*

3.1 *Das Problem der Superzeichen*

Im Jahre 1961 hat F. von Cube ein Informationsmaß für die einfache Gruppierung von Zeichen entworfen, das durch die Formel

$$I = m_1 \operatorname{ld} m_1 + m_1 m_2 \operatorname{ld} m$$

$$m = m_1 m_2$$

für m_1 Gruppen von m_2 Zeichen gegeben wird (von Cube, 1961).

Von Cube und Gunzenhäuser haben sich auch bemüht, diese Formel experimentell zu verifizieren (von Cube und Gunzenhäuser, 1961). Beim Symposion der Gesellschaft für Programmierte Instruktion in Berlin im Jahre 1967 hat M. Lánský eine Verallgemeinerung dieses Maßes für die sogenannte mehrstufige Gruppierung mittels der Formel

$$I = \sum_{j=1}^{k} m_1 m_2 \dots m_j \operatorname{ld} m_j$$

$$m = m_1 \dots m_k$$

vorgeschlagen.

Auf Grund der Kritik von K. Eckel (1964) gibt F. von Cube zu, daß die Begründung der Abweichung seiner Formel vom Shannonschen Maß durch eine gewisse Reduktion des Repertoires von Zeichen psychologisch erklärbar wäre (von Cube, 1965). Den Entwurf einer diesem Gedanken entsprechenden Theorie findet man bei M. Lánský (1967):

Es seien A das Alphabet (nichtleere Menge von Zeichen), F(A) die Wortmenge über dem Alphabet A (Menge aller endlichen Folgen von Elementen aus A). Wenn $F^{o}(A) = A$ definiert wird, können wir $F^n(A)$ rekursiv durch die Formel

$$F^n(A) = F(F^{n-1}(A))$$

für alle n = 1, 2, ... definieren.

Die Elemente $z \in F^n(A)$ nennt man Superzeichen n-ter Stufe. Für die Stufe n des Superzeichens z schreiben wir

$$s(z) = n$$

Die Superzeichenhierarchien werden eingeführt durch

$$W_o^n(A) = \bigcup_{i=o}^{n} F^i(A) \qquad \text{bzw.}$$

$$W_o^\infty(A) = \bigcup_{i=o}^{\infty} F^i(A)$$

Es sei p_n eine Funktion, die jedem Element $y \in F^n(A)$ eine reelle Zahl $p_n(y) \in [0, 1]$ zuordnet, wobei $p_n(y) \neq 0$ nur auf einer endlichen Teilmenge $K_n \subset F^n(A)$ existiert und es gilt

$$\sum_{y \in F^n(A)} p_n(y) = 1$$

Unter der Unterzeichenmenge (Repertoire) U(z) des Zeichens z des Grades $k \geqslant 1$ versteht man die Menge aller Buchstaben des Wortes z.

Auf der Menge $W_o^\infty(A) \times W_o^\infty(A)$ werden für alle j = 1, 2, ... die Funktionen $g_j(x, y)$ definiert mit der Eigenschaft, daß $g_j(x, y) = 0$ ist mit Ausnahme der Fälle, wenn $x = x_j$ mit $y = x_1 \ldots x_j \ldots x_{|y|}$. Dann ist nämlich $g_j(x, y) = 1$.

Weiter führt man

$$\overline{g_j(x)} = \sum_{y \in F^{n-k}(A)} g_j(x, y)\ p(y)$$

$$\overline{g(x)} = \sum_{j=1}^{\infty} \overline{g_j(x)}$$

$$g = \sum_{x \in F^{n-k-1}(A)} \overline{g(x)}$$

ein, begründet man, warum diese Summen immer endlich sein müssen, wobei $g \neq 0$ ist, und dann definiert man

$$p_{n-k-1}(x) = \frac{\overline{g(x)}}{g}$$

So wird durch vollständige Induktion eine Funktion p von p_n in $F^n(A)$ auf den ganzen Bereich $W_o^n(A)$ erweitert. Die „Ordnungsinformation" I_{ord} des Superzeichens y wird definiert durch

$$I_{ord}(y) = -\mathrm{ld}\ p(y)$$

Die subjektive Information I_s des Superzeichens y wird dann rekursiv definiert durch die Formel

$$I_s(y) = \sum_{x \in U(y)} I_s(x) + I_{ord}(y)$$

wobei

$$I_s(y) = I_{ord}(y) \qquad \text{für alle} \quad y \in F(A)$$

Im Anschluß an diese Theorie hat H. Stever (Karlsruhe) im Jahre 1968 und später in seiner Dissertation „Superierung durch Komplexbildung" (Stever 1971) ein anderes Maß entwickelt, indem er die Mengen $R_{x(y)}$ einführte, die, für den Fall, daß x der Buchstabe des Wortes y ist, aus allen zu x gleichlangen Wörtern bestehen, die aus den Buchstaben des Repertoires von x gebildet werden können. Wenn x kein Buchstabe des Wortes y ist, setzt man $R_{x(y)}$ gleich der leeren Menge. Die o.g. Funktionen $g_j(x, y)$ werden jetzt nach Stever so eingeführt, daß $g_j(x, y) = 0$ ist, mit Ausnahme der Fälle, wenn $x \in R_{xj(y)}$ und $j \leqslant |y|$, dann ist nämlich $g_j(x,y) = 1$. So bekommt Stever dann eine entsprechend andere p-Funktion und ein anderes Maß für die subjektive Information $I_s(y)$. Z. Křivánek und V. Polák (Praha) haben sich 1968 um die empirische Überprüfung der Theorie von Lánský bemüht (Křivánek 1971). Die Grundidee besteht darin, daß man die Repertoireinformation, Längeninformation und Ordnungsinformation mit den korrespondierenden Verarbeitungszeiten t_{rep}, t_l, t_{ord} mißt und den linearen Zusammenhang zwischen I_s (theoretisch nach Lánský bestimmt) und $t = t_{rep} + t_l + t_{ord}$ (empirisch bestimmt) in der Form

$$I_s = A \cdot t + B$$

feststellt.

In ähnlicher Richtung liefen die Versuche von V. Polák in den Jahren 1969 und 1970 in Osnabrück, die ihn dann jedoch zu einer anderen Definition des Informationsmaßes geführt haben (Polák, 1972).

3.2 *Automatentheoretische Auffassung des Lehrens und Lernens*

Die Theorie der abstrakten Automaten hat mit den grundlegenden Arbeiten der Amerikaner Mealy (1955) und Moore (1956) begonnen. Systematisch wurde sie zu einer algebraischen Theorie vom ukrainischen Autor Gluschkow (1963) zusammengefaßt. Die Möglichkeiten, diese Theorie auf die Prozesse des Lernens und Lehrens anzuwenden, hat Kelbert (Ostberlin 1964) angedeutet. H. Frank (Westberlin, 1964) hat diese Theorie zur Definition des Lehralgorithmus und des Lehrautomaten verwendet. Gewisse Modifikationen dieser Definition des Lehralgorithmus hat M. Lánský (Prag, 1966) vorgeschlagen.

H. Frank (1965) gründet die Definition des Lehralgorithmus auf den Begriff einer sogenannten *Makrostruktur*. Zur Konstruktion dieses Begriffes benützt er eine feste Menge $\mathfrak{R}$ von Adressatenreaktionen und setzt voraus, daß in jedem Lehrschritt (mit der Ausnahme des Endschrittes ω) der Adressat zur Wahl einer Reaktion aus dieser Menge $\mathfrak{R}$ aufgerufen wird. Die bisherige Praxis zeigt aber, daß man jedem Lehrschritt eine von Lehrschritt zu Lehrschritt bisweilen wechselnde Reaktionsmenge zuordnen kann. Wenn wir jede solche Menge als Untermenge einer festen Menge $\mathfrak{R}$ ansehen, müssen wir die jeweils komplementäre Reaktionsmenge einführen. Solche Reaktionen nennen wir „blind". Auf eine „blinde" Reaktion folgt bestenfalls die Wiederholung

des jeweiligen Lehrschritts. Dagegen könnte zweierlei eingewendet werden:

a) Wenn die Arbeit des Adressaten mit einem Klassifikationsgerät beobachtet wird, dann wertet die Maschine die „blinde" Reaktion als Fehler, und es ist klar, daß dieser Fehler wesensverschieden ist von einer falschen Antwort auf die Frage im entsprechenden Lehrschritt.
b) Es gibt zum Beispiel in der ČSSR Lehrmaschinen, bei denen jeweils diejenigen Tasten beleuchtet sind, die man zur Antwort benützen darf.

Wenn man die Verbindlichkeit der algorithmischen Instruktionen vertritt, sollte man naturgemäß die „blinden" Reaktionen ablehnen. Man könnte vielleicht einwenden, daß hier eine Vermischung der Mikrostruktur mit der Makrostruktur vorliegt. Der Verfasser dieses Beitrags ist jedoch der Meinung, daß die Ablehnung der „blinden" Reaktionen der Praxis der Konstruktion von Lehrprogrammen mehr entspricht. Die Praxis des Lehralgorithmierens geht von der Vorstellung aus, daß jeder Frage eine Menge von gut geformten Antworten zugeordnet werden kann, die man „datum quaestionis" nennt (Ajdukiewicz, 1965).

Lánský deutete einen Weg an, den Begriff einer „Makrostruktur eines Lehralgorithmus im engeren Sinne" einzuführen. Unter einer „Makrostruktur *im weiteren Sinne*" versteht er die Makrostruktur im Sinne von Frank (1965). Folgende Sätze konnten bewiesen werden (deren Erläuterung hier unterdrückt werden darf):

a) Zu beliebigen Mengen $\mathfrak{X}$ und $\mathfrak{Y}$ und einer „Auswahlfunktion" ψ existiert mindestens eine Makrostruktur φ^* des Lehralgorithmus im engeren Sinne.
b) Jede Makrostruktur im engeren Sinne φ^* kann in eine Makrostruktur im weiteren Sinne φ (mit eventuell existierenden „blinden" Reaktionen) eingebettet werden.
c) Zu jeder Makrostruktur im weiteren Sinne φ und beliebiger Auswahlfunktion ψ existiert eine und nur eine Makrostruktur im engeren Sinne φ^*, die sich in φ nach Satz b einbetten läßt.

Man kann auf die eingeführte Definition der *„Makrostruktur des Lehralgorithmus im engeren Sinne"* die Definition des Lehralgorithmus als eines Tripels ($\mathfrak{Y}, \mathfrak{X}, \varphi^*$) und andere Folgerungen von Frank (1965) übertragen.

Die von P. H. Starke (DDR, 1965) eingeführte Definition des stochastischen Automaten hat M. Lánský (Prag 1968) zum Entwurf des Begriffes Lernautomat angeregt. Diese Automaten werden als stochastische Automaten mit Verhaltens- und Verstärkungseingabe definiert, deren Funktional in Verhaltens- und Verstärkungsfunktionale gespalten werden kann, wobei diese Automaten gewissen Stabilitätsbedingungen genügen. J. Syrovátka und K. Koller (Prag 1968) haben gezeigt, daß es uns diese Definition ermöglicht, die mathematischen Modelle des Lernens von Bush-Mosteller und Luce als Spezialfälle der Lernautomaten aufzufassen.

Die Entwicklung der beiden hier angeführten Problemkreise der Kybernetischen Pädagogik ist ein anschauliches Beispiel der aktiven Zusammenarbeit und gegenseitigen Beeinflussung zwischen Ost und West.

4. *Weitere Perspektiven*

Die Kybernetische Pädagogik hat in den wenigen Jahren ihrer Existenz ihre Lebensfähigkeit und Brauchbarkeit zur Lösung praktischer wie auch theoretischer Probleme erwiesen. Nach unseren Vorstellungen sollte man sich bemühen, ihre Methoden weiter zu entwickeln und zu vervollkommnen. Die Entwicklung scheint uns in drei Richtungen wichtig zu sein:

1. Für das Lernsystem sollte man neben dem informationspsychologischen auch andere Lernmodelle verfolgen. Der Begriff des stochastischen Automaten scheint zu diesem Zweck besonders vielversprechend zu sein, da man mit ihm fast alle wichtigen Lernmodelle synthetisch erfassen kann. Mit dem Oberbegriff des Lernautomaten wird auch das abstrakte Lernen beschreibbar sein. So könnte man das Lernsystem dem heutigen Stand der Lernpsychologie annähern, und die bedeutendsten lernpsychologischen Ergebnisse könnten kalkülhaft in der Kybernetischen Pädagogik ausgenützt werden.

2. An der Stelle des Lehrsystems scheinen die bisherigen Lehrmaschinen wegen ihrer Beschränktheit in der Zukunft keine entscheidende Rolle spielen zu können. Der bereits eingeschlagene Weg über die Rechner sollte durch Konstruktion entsprechender Vermittlungsgeräte, die möglichst der menschlichen Kommunikation angepaßt werden, noch weiter fortgesetzt werden mit dem Ziel, nicht nur in gewisser Hinsicht den Menschen zu ersetzen, sondern in Zusammenarbeit mit dem lebendigen Lehrer ein leistungsfähiges integriertes Lehrsystem zu bilden.

3. Die Kommunikationsinhalte, die zwischen Lehr- und Lernsystem in Rückkoppelung durch die Nachrichten übertragen werden, sollten weniger in ihrer verbalen Form und mehr mit Rücksicht auf ihre gedankenoperationelle Struktur analysiert werden. Dieser Weg könnte der Kybernetischen Pädagogik helfen, sich von den zu simplen Shannonschen informationstheoretischen Ansätzen zu befreien und die für das menschliche Lernen relevanten Gesetzmäßigkeiten zu entdecken.

Schrifttumsverzeichnis

Ajdukiewicz: Logika pragmatyczna. PWN Warszawa, 1965

Crowder, N. A.: The Concept of Automatic Tutoring, Colorado 1955

Cube, F. von: Über ein Verfahren der mechanischen Didaktik, GrKG 2/1, 1961, S.7–10

Cube, F. von: Zur Frage des Auswendiglernens, GrKG 6/1, 1965, S.21–23

Cube, F. von und Gunzenhäuser, R.: Experimente zur Verifikation der Theorie des mechanischen Lernens, GrKG 2/4, 1961, S.111–120

Eckel, K.: Über den Zusammenhang von „Repertoire" und „Superzeichen" GrKG 5/1, 1964, S. 31–33

Frank, H.: Kybernetische Grundlagen der Pädagogik, Agis Baden-Baden, 1962

Frank, H.: Zur Makrostrukturtheorie von Lehralgorithmen, GrKG 5/3–4, 1964, S. 101–114

Frank, H.: Lehrautomaten für Einzel- und Gruppenschulung, in: Frank, H. (Hsg.): Lehrmaschinen in kybernetischer und pädagogischer Sicht, Bd. 3, Klett, Stuttgart und Oldenbourg, München, 1965

Frank, H.: Ansätze zum algorithmischen Lehralgorithmieren, in: Frank, H. (Hsg.): Lehrmaschinen in kybernetischer und pädagogischer Sicht, Bd. 4, wie vorher, 1966

Gluschkow, W. M.: Theorie der abstrakten Automaten. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1963

Heimann, P.: Didaktik als Theorie und Lehre. In: Die Deutsche Schule, 1962

Kelbert, H.: Kybernetisches Modell der Abarbeitung eines programmierten verzweigten Lehrbuches. In Frank, H. (Hsg.): Lehrmaschinen in kybernetischer und pädagogischer Sicht, Klett, Stuttgart und Oldenbourg, München, Bd. 2, 1964

Křivánek, Z. und Koll.: Bemerkungen zur empirischen Beglaubigung einiger Charakteristiken der Superzeichen (in tschech. Sprache), in: Kybernetika Technika a Výuka, Praha 1971, S. 27–37

Lánský, M.: On the Subjective Information of the Texts Including the Super-Signs, Actes du Ve Congrès International de la Cybernetique, Namur 1967

Lánský, M.: Über ein Gruppierungsverfahren. Unveröffentlichtes Manuskript, Kurzfassung in: Praxis und Perspektiven des Programmierten Unterrichts, Bd. II, Quickborn 1967

Lánský, M.: Über die kybernetische Auffassung der Pädagogik. Coordination Nr. 10, Liechtenstein 1969

Mealy, G.H.: A Method for Sythetizing Sequential Circuits. Bell System Techn. Journal 34, 1955

Moore, E.F.: Gedanken – Experiments on Sequential Machines, Automata Studies, Princeton 1956

Polák, V.: Empirische Untersuchungen zur Bestimmung eines Informationsmaßes für Superzeichen, Dissertation FEoLL Paderborn, 1972

Pressey, S. L.: A Simple Apparatus which Gives Tests and Scores – and Teaches, 1926

Shannon, C. E.: A Mathematical Theory of Communication, Bell System Techn. Journal 27, 1948

Shannon, C. E. und Weaver, W.: The Mathematical Theory of Communication, Urbana 1949

Skinner, B. F.: Science of Learning and the Art of Teaching. Harvard University, 1954

Starke, P. H.: Theorie stoastischer Automaten, I.–II. Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik, Bd. 1, H. 1–2, 1965

Stever, H.: Superierung durch Komplexbildung. Dissertation Karlsruhe, 1971

Wiener, N.: Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine, Paris – New York – Cambridge (Mass.) 1948

Eingegangen am 10. März 1972

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. Miloš Lánský, Institut für Bildungsinformatik im FEoLL Paderborn
479 Paderborn, Rathenaustr. 69–71

Repräsentative und elektive Wahlen in der Gruppe

von Hermann Peter POMM, Lich-Gießen

1 *Problemstellung*

Das Verhalten von Mitgliedern einer Gruppe unterliegt einem dauernden Interaktionsprozeß, der gekennzeichnet ist durch Gefühle der Sympathie oder Antipathie einzelner Gruppenangehöriger. Das Erforschen sozialer Strukturen durch Messen der Anziehungen und Abstoßungen ist Gegenstand der Soziometrie (Moreno 1953, Hofstätter 1956). Durch experimentelle und quantitative Methoden ist die Feststellung des Status einzelner Gruppenmitglieder (Moreno 1934), wie die der Kohäsion oder Integration der Gruppe (Hofstätter 1956) möglich. Die Anwendung der Informationstheorie (Shannon 1948, Wiener 1948) auf Beziehungen von Gruppenangehörigen gibt weitere Ansätze, soziale Interaktionen mathematisch darzustellen und zu interpretieren (Cube-Gunzenhäuser 1963). Die nachstehenden Ausführungen versuchen, die Anwendungsmöglichkeiten informationstheoretischer Beschreibung von Gruppenprozessen zu erweitern.

2 *Repräsentative Wahlen in der Gruppe*

2.1 *Wahlstrukturen bei repräsentativen Wahlen*

Bei Wahlen, politischen Wahlen, Vorstands- oder Vereinswahlen, tritt das Problem auf, daß eine Menge von n Wählern $W_1, W_2, W_3, \ldots, W_n$ eine bestimmte Zahl von r Repräsentanten $R_1, R_2, \ldots, R_r$ hinsichtlich gewisser, vorher vereinbarter Kriterien zu bestimmen hat, wobei jeder Wähler k Stimmen besitzt und $r < n$ sein soll. Bei solchen Wahlen, die im folgenden als „repräsentative Wahlen" bezeichnet werden, ist sowohl eine Selbstwahl eines Repräsentanten als auch Kumulieren von Stimmen auf einen Repräsentanten möglich. Die bei solchen Wahlen denkbaren Wahlausgänge lassen sich in sog. Wahlstrukturen und Wahlstrukturenkomplexen darstellen (Cube-Gunzenhäuser 1963):

Beispiel 1: Sei $n = 8$, $r = 4$, $k = 1$: Die 8 Stimmen können sich wie folgt auf die Repräsentanten R_1, R_2, R_3 und R_4 verteilen:

R_1	8	0	0	0
R_2	0	8	0	0
R_3	0	0	8	0
R_4	0	0	0	8

R_1	7	7	7	0	0	1	1	0	0	0	0	1
R_2	1	0	0	7	7	7	0	1	0	0	1	0
R_3	0	1	0	0	1	0	7	7	7	1	0	0
R_4	0	0	1	1	0	0	0	0	1	7	7	7

Das Beispiel zeigt, daß 4 Wahlausgänge bei Einigung auf einen der 4 Repräsentanten, 12 Wahlausgänge bei der Verteilung von 7 Stimmen und 1 Stimme möglich sind.

Wahlausgänge mit einer bestimmten Stimmenverteilung wie in den angegebenen Beispielen werden unter dem Begriff „Wahlstruktur" (vgl. Cube-Gunzenhäuser 1963) zusammengefaßt. Für das angegebene Beispiel sind folgende Wahlstrukturen denkbar.

Beispiel 2:

R_1	8	7	6	6	5	5	5	4	4	4	4	3	3	3	2
R_2	0	1	2	1	3	2	1	4	3	2	2	3	3	2	2
R_3	0	0	0	1	0	1	1	0	1	2	1	2	1	2	2
R_4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	2

Die Gesamtheit aller Wahlstrukturen bei gegebener Zahl von n, r und k sei ein „Wahlstrukturenkomplex" $K_{n,r,k}$ (vgl. Cube-Gunzenhäuser 1963).

Beispiel 3:
Wahlstrukturenkomplex $K_{6,3,1}$:

R_1	6	5	4	4	3	3	2
R_2	0	1	2	1	3	2	2
R_3	0	0	0	1	0	1	2

Beispiel 4:
Wahlstrukturenkomplex $K_{4,4,2}$:

R_1	4	4	4	4	3	3	3	2
R_2	4	3	2	2	3	3	2	2
R_3	0	1	2	1	2	1	2	2
R_4	0	0	0	1	0	1	1	2

Beispiel 4 verdeutlicht den Fall, daß die n Wähler W die ihnen zustehenden beiden Stimmen auf die Repräsentanten $R_1, \ldots, R_r$ verteilen. Ein Vergleich dieses Wahlstrukturenkomplexes $K_{4,4,2}$ mit $K_{8,4,1}$ zeigt, daß $K_{4,4,2} \subset K_{8,4,1}$; allgemein gilt bei Stimmenverteilung:

$$K_{n,r,k} \subset K_{kn,r,1}, \text{ wobei } k \geqslant 2;\ r < n$$

Läßt die Wahlordnung eine Stimmenhäufung zu, so ist $K_{4,4,2} = K_{8,4,1}$ im allgemeinen $K_{n,r,k} = K_{kn,r,1}$; wobei $k > 2$, $r \leqslant kn$.

2.2 *Die Entropie repräsentativer Wahlen*

Seien $W_1, W_2, \ldots, W_n$, n Wähler mit k Stimmen, die r Repräsentanten $R_1, R_2, \ldots, R_r$ hinsichtlich festliegender Kriterien bestimmen sollen. Die Anzahl der Stimmen oder Wahlen, die auf einen Repräsentanten R_i entfallen, seien mit s_i bezeichnet. Die Gesamtzahl der abgegebenen Wahlen beträgt

$$(1) \qquad kn = S = \sum_{i=1}^{r} s_i$$

Die relative Häufigkeit dieser Wahlen ist

$$(2) \qquad h_i = s_i/S \text{ mit } \sum_{i=1}^{r} h_i = 1$$

Die Entropie E in bezug auf die r Repräsentanten berechnet sich aus:

$$(3) \qquad RE = -\sum_{i=1}^{r} h_i \, \mathrm{ld} \, h_i$$

die im folgenden als repräsentative Entropie RE bezeichnet wird. Bei der Berechnung der Extrema dieser Funktion sind folgende Fälle zu unterscheiden:

1. Das Minimum der Funktion bestimmt sich im:

Fall 1: Die Wahlordnung ermöglicht für $k > 1$ ein Kumulieren von Stimmen; es ergibt sich damit:

$$(4) \qquad RE_{min} = 0$$

Fall 2: Die Wahlordnung verbietet für $k > 1$ eine Stimmenkumulation, so daß die Stimmen verteilt werden müssen; für die minimale Entropie errechnet sich:

$$(5) \qquad RE_{min} = \mathrm{ld} \, k$$

2. Bei der Berechnung des Maximums sind zu unterscheiden:

Fall 1: r/S, r ist Teiler von S; die Stimmen lassen sich gleichverteilen, damit folgt:

$$(6) \qquad RE_{max} = \mathrm{ld} \, r$$

Fall 2: $r \nmid S$, r ist nicht Teiler von S; die Stimmen lassen sich nicht gleichverteilen. Damit gilt: Es gibt zwei Zahlen $d, t = 1, 2, 3, 4 \ldots$ mit der Eigenschaft, daß $S = r \cdot t + d$; folgende Stimmenverteilung für eine Berechnung des Maximums ist denkbar:

	$d = 1$	$d = 2$	....	$d = r - 2$	$d = r - 1$
R_1:	t	t		t	t
R_2:	t	t		t	$t + 1$
R_3:	t	t		$t + 1$	$t + 1$
⋮					
R_{r-1}:	t	$t + 1$		$t + 1$	$t + 1$
R_r:	$t + 1$	$t + 1$		$t + 1$	$t + 1$

Für das Maximum ergibt sich

$$(7) \qquad RE_{max} = -(r - d) \frac{t}{S} \, \mathrm{ld} \left(\frac{t}{S}\right) - d \cdot \frac{t+1}{S} \cdot \mathrm{ld} \left(\frac{t+1}{S}\right)$$

Für den Fall $r \nmid S$ und sehr großem n ergibt sich in praktisch ausreichender Näherung $RE_{max} \approx \mathrm{ld} \, r$.

2.3 *Die Normierung der repräsentativen Entropie*

Die repräsentative Entropie RE ist abhängig von n, r und k. Um die Struktur von Wahlen mit verschiedenen Anzahlen von n, r und k miteinander vergleichen zu können, wird die normierte repräsentative Entropie definiert zu:

$$\text{(8)} \qquad REN = \frac{RE_{max} - RE}{RE_{max} - RE_{min}}$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich $REN = 0$ für $RE = RE_{max}$; $REN = 1$ für $RE = RE_{min}$, so daß gilt $0 \leqslant REN \leqslant 1$.

Beispiel 5: Wahlstrukturenkomplex $K_{10,4,1}$

	Minimum	Wahlausgang	Maximum
R_1	10	6	2
R_2	0	3	2
R_3	0	1	3
R_4	0	0	3

$S = 10$, $r = 4$, $t = 2$, $d = 2$

$RE_{min} = 0$; $RE_{max} = 1{,}9710$; $RE = 1{,}2955$;
$REN = 0{,}343$

3 *Elektive Wahlen in der Gruppe*

3.1 *Gegenseitige Wahlen als Sonderform repräsentativer Wahlen*

Bei Wahlen in einer Gruppe kann durch die Wahlordnung festgelegt werden, daß 1. jedes der Gruppenmitglieder „Repräsentant" und damit wählbar ist, 2. eine Selbstwahl nicht erlaubt sein soll. Es wird versucht, solche gegenseitigen, elektiven Wahlen (Cube-Gunzenhäuser 1963) als Sonderform einer repräsentativen Wahl darzustellen. Seien $W_1, W_2, ..., W_n$, n Mitglieder einer Gruppe, die jeweils k Stimmen besitzen und nach gewissen Kriterien (Banknachbar, Klassensprecher) andere Mitglieder der Gruppe wählen sollen; in diesem Falle ist die Menge der Wähler identisch mit der Menge der zu wählenden Repräsentanten:

$$\{W_1, W_2, ..., W_n\} = \{R_1, R_2, ..., R_r\}$$

Bei solchen Wahlen ergeben sich Wahlstrukturenkomplexe der Form $K_{n,n,k}$.

Beispiel 6:

Repräsentativer Wahlstrukturenkomplex

$K_{4,4,1}$ ($K_{n,r,k}$)

R_1	4	3	2	2	1
R_2	0	1	2	1	1
R_3	0	0	0	1	1
R_4	0	0	0	0	1

Elektiver Wahlstrukturenkomplex

$K_{4,4,1}$ ($K_{n,n,k}$)

R_1	3	2	2	1
R_2	1	2	1	1
R_3	0	0	1	1
R_4	0	0	0	1

3.2 *Die elektive Entropie und ihre Normierung*

Seien $W_1, W_2, \ldots, W_n$, n Wähler, bzw. Repräsentanten einer Gruppe, von denen jeder k Stimmen besitzt. Die Wahlordnung schreibt vor, daß eine Selbstwahl ausgeschlossen sein soll; Kumulieren der Stimmen auf einem Gruppenmitglied ist deshalb nicht möglich. Die auf ein Gruppenmitglied W_1 entfallenen Stimmen seien s_i. Die Gesamtheit der Stimmen beträgt

$$(9) \qquad k \cdot n = S = \sum_{i=1}^{n} s_i \text{ mit der relativen Häufigkeit } h_i = s_i/S$$

Die Entropie, die im folgenden als elektive Entropie bezeichnet wird, da sie sich aus gegenseitigen Wahlen ergibt, berechnet sich zu (Cube-Gunzenhäuser 1964)

$$(10) \qquad EE = -\sum_{i=1}^{n} h_i \operatorname{ld} h_i \qquad \sum_{i=1}^{n} h_i = 1$$

Die Extrema dieser Funktion bestimmen sich zu:

1. Das Maximum der Funktion wird bei Gleichverteilung der Stimmen erreicht, d.h.

$$(11) \qquad EE_{max} = \operatorname{ld} n$$

2. Das Minimum der Funktion wird durch das Maximum der (n–1)–mal und 0–mal Gewählten charakterisiert. Nach Gl. 11 ist n/S (n Teiler von S). Damit folgt $(n-1) \nmid S$, n–1 ist nicht Teiler von S. Es gilt $S = (n-1) \cdot t + d$, mit $t, d = 1, 2, \ldots$. Das Minimum berechnet sich aus:

$$(12) \qquad EE_{min} = -t \cdot \frac{n-1}{S} \cdot \operatorname{ld} \left(\frac{n-1}{S}\right) - \frac{d}{S} \operatorname{ld} \left(\frac{d}{S}\right)$$

Die normierte elektive Entropie ist definiert zu (Cube-Gunzenhäuser 1963):

$$(13) \qquad EEN = \frac{EE_{max} - EE}{EE_{max} - EE_{min}}$$

4 *Repräsentative und elektive Entropie in Abhängigkeit von Alter und dem Wahlkriterium*

Zur Bestimmung der repräsentativen und elektiven Entropie in Abhängigkeit von der Zeit des Schulbesuchs und verschiedenen Kriterien wurden im September 1970 in den Klassen des 3. bis 9. Schuljahres der Grund- und Hauptschule Hilders/Rhön Versuche durchgeführt. Den Schülern wurden folgende Fragen zur Beantwortung vorgelegt.

1. Frage: Wer aus deiner Klasse sollte Klassensprecher werden? Bitte schreibe einen Namen auf; dich selbst darfst du nicht wählen.

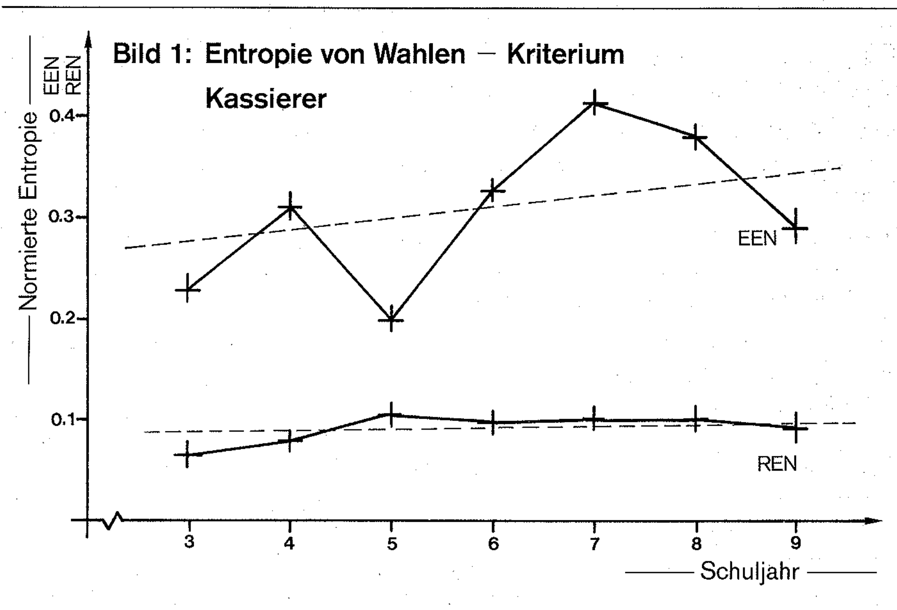


Bild 2: Entropie von Wahlen – Kriterium Klassensprecher

Normierte Entropie
EEN
REN
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
EEN
REN
3
4
5
6
7
8
9
Schuljahr

2. Frage: In der Klasse wird eine Klassenkasse eingerichtet: Wen würdest du zum Kassierer wählen? Bitte schreibe zwei Namen auf; dich selbst darfst du nicht wählen!

3. Frage: Welchen von den sieben Kandidaten, die wir zu einer Kandidatenliste zusammengestellt haben, würdest du zum Klassensprecher wählen? Dich selbst darfst du auch wählen.

4. Frage: Welchen von den sieben Kandidaten auf unserer zweiten Liste, die wir zusammengestellt haben, würdest du zum Kassierer wählen? Du hast zwei Stimmen, die du auf zwei verschiedene Kandidaten verteilen oder auch nur einem einzigen geben kannst.

Die Fragen 1 und 2 betreffen elektive Wahlen, in denen eine Selbstwahl nicht gestattet ist; die zugehörigen Wahlstrukturenkomplexe sind $K_{n,n,1}$ bzw. $K_{n,n,2}$. Die Wahlstrukturenkomplexe der repräsentativen Wahlen, Frage 3 und Frage 4, lauten dagegen $K_{n,7,1}$, bzw. $K_{n,7,2} = K_{2n,7,1}$. Alle Wahlstrukturenkomplexe zeigen eine gewisse Abhängigkeit vom Lebensalter, die für die elektive Entropie des Merkmals „Klassensprecher" am ausgeprägtesten ist, während die repräsentative Entropie des Merkmals „Kassierer" durch die Schulzeit hindurch relativ konstant bleibt (vgl. Bild 1,2). Die repräsentative und elektive Entropie eines Merkmals unterscheiden sich nicht nur hinsichtlich ihres Wertes, da durchweg REN $<$ EEN, sondern auch im Verlauf. Eine hohe normierte Entropie weist auf die Bevorzugung weniger Kinder hin, eine niedrige auf eine Verteilung der Stimmen auf mehrere Kandidaten. In diesem Sinne kann besonders in bezug auf EEN mit wachsendem Lebensalter, mit fortschreitender Schulbesuchszeit eine zunehmende Herausstellung von „Führerpersonen" beobachtet werden. Vergleicht man repräsentative und elektive Entropie, so bestehen für die einzelnen Schuljahre nicht nur Unterschiede hinsichtlich des numerischen Wertes, sondern auch im Trend. In manchen Schuljahren, z.B. im siebten oder neunten, besitzt REN geringe Werte, während EEN relativ hohe erreicht. Erklärt werden kann diese Erscheinung dadurch, daß den Wählern einzelne Kandidaten in repräsentativen Wahlen „auffälliger" werden als zuvor in der elektiven Wahlsituation, die Wahl mehr nach dem Wahlkriterium erfolgen dürfte als nach der Person.

5 *Zusammenfassung*

Der informationstheoretische definierte Begriff der Entropie, basierend auf einer Häufigkeitsverteilung, wird auf Wahlakte in einer Gruppe angewandt. Dabei lassen sich unterscheiden:

1. Die repräsentative Entropie, die sich auf eine Stimmverteilung in Wahlen bezieht, in denen die Wähler hinsichtlich eines bestimmten Kriteriums aus einer bestimmten Zahl von Repräsentanten auswählen dürfen; Wähler und Repräsentanten können dabei derselben oder verschiedenen Gruppen angehören.

2. Die elektive Entropie berechnet sich aufgrund der Stimmenverteilung bei Wahlen innerhalb einer Gruppe, wobei Selbstwahl ausgeschlossen sein soll. Empirische Ergebnisse aus verschiedenen Schuljahren erweisen eine Altersabhängigkeit der repräsentativen und elektiven Entropie.

Schrifttumsverzeichnis

Cube, F. von: Experimente zur Gruppenentropie, GrKG 5/3–4, S. 69–84, 1964

Cube, F. von und R. Gunzenhäuser: Über die Entropie von Gruppen, Schnelle, Quickborn 1963, [2]1967

Moreno, J.L.: Die Grundlagen der Soziometrie, Westdeutscher Verlag, Köln und Opladen 1954, [2]1967

Hofstätter, P.R.: Sozialpsychologie, Sammlung Göschen 104, 104a, Berlin 1967

Eingegangen am 7. April 1971

Anschrift des Verfassers:

Hermann Peter Pomm, 6302 Lich/Gießen, Höhlerweg 10

Zur Formalisierung des aktiven verzweigten Programms

von Luisa MONTEVERDE G., Trujillo – Peru

Aus dem Departemento de Ciencias de la Educacion der Universidad Nacional de Trujillo (Direktor: Prof. Dr. Ernesto Zierer)

Das von ZIERER (1970) vorgeschlagene sogenannte aktive verzweigte Programm will die Vorteile sowohl des linearen als auch die des herkömmlichen verzweigten Programms verbinden. Dabei sollen die jeweiligen Nachteile der beiden Programmtypen vermieden werden. Der neue Programmtyp soll folgende Eigenschaften haben:

(1) Die Antwort wird vom Adressaten selbst formuliert.

(2) Der Adressat bekommt erst dann eine Stellungnahme zu seiner Antwort, nachdem er selbst eine Zuordnung zu einer vorgeschlagenen Lösung abgegeben hat.

(3) Die Fragen sind so gestellt, daß vom Adressaten mit einer hohen Wahrscheinlichkeit nur typische Reaktionen erwartet werden: die richtige Antwort oder typische falsche Antworten.

(4) Das Programm läßt verschiedene Lernalgorithmen zu, es ist also nicht nur zeitadaptiv.

Das Programm besteht aus sogenannten *Konfigurationen.* Der Kern einer Konfiguration ist der *Basisschritt.* Er enthält

1. Urteil: Hier: Bestätigung der richtigen Adressatenreaktion.
2. Lehrquant: Neue, weiterführende Information.
3. Frage: Hier eine Aufgabe.
4. Aufruf: Hier eine an den Adressaten gerichtete Anweisung, seine Antwort mit der Lösung zu vergleichen, die in der nächsten sogenannten Vergleichseinheit steht. (Die Vergleichseinheit selbst gibt dem Adressaten noch keine Information, ob seine Reaktion richtig oder falsch war.)

Als der Aufgabe sinnvoll entsprechende Lösungen wird eine Kollektion von einer richtigen Lösung und 2 falschen Lösungen gewählt. Ziel dieses Beitrages ist es, das genannte Prinzip an einem konkreten Beispiel zu verdeutlichen.

Folgender Basisschritt – hier gekürzt wiedergegeben – stammt aus einem Programm über deutsche Syntax für Schüler, die Deutsch als Fremdsprache lernen.

(Seite 21 Schritt 14) (Bestätigung der richtigen Antwort auf die vorhergehende Aufgabe)

(Neue Information über die Stellung des Akkusativobjekts und des Dativobjekts im Aussagesatz.)

„Welche Frage paßt zu folgender Antwort? "

„Ich schickte meiner Mutter ein Telegramm."

Vergleiche Deine Lösung mit der, in der Vergleichseinheit 15 auf Seite 25!

Die Vergleichseinheit 15 (in der eine der 3 Lösungen stehen kann) enthalte die richtige Lösung. Sie hat folgende Form:

(Seite 25 Schritt 15) „Was machtest Du? "

Stimmt Deine Lösung mit dieser überein, dann schlage Seite 12, Lehrschritt 16 auf. Hast Du eine andere Lösung, dann vergleiche sie mit der Vergleichseinheit 17 auf Seite 23.

Hier gibt es 2 Ausgänge:

(1) Die Lösung des Adressaten stimmt mit der in der Vergleichseinheit überein; in diesem Falle erhält er im Basisschritt der nächsten Konfiguration die Bestätigung seiner richtigen Antwort.

(2) Die beiden Lösungen stimmen nicht überein: Der Adressat wird an die nächste Vergleichseinheit verwiesen, wo er wieder eine Lösung findet, und zwar eine der beiden falschen Lösungen:

(Seite 23 Schritt 17) „Wem schicktest Du ein Telegramm? "

Stimmt Deine Lösung mit dieser überein, dann schlage Seite 19, Lehrschritt 18 auf. Hast Du eine andere Lösung, dann suche Lehrschritt 19, Seite 22.

Im Korrekturschritt auf Seite 19 wird auf den typischen Fehler des Adressaten etwa wie folgt eingegangen:

(Seite 19 Schritt 18) Deine Lösung ist eine Frage nach dem Dativobjekt. Ist im Aussagesatz der Aufgabe irgendein Satzteil besonders hervorgehoben worden?

Würde man auf Deine Frage in einer normalen Unterhaltung mit einem ganzen Satz antworten?

Schlage wieder Lehrschritt 14, Seite 21 auf, arbeite ihn noch einmal durch und versuche eine zweite Lösung.

Im Korrekturschritt auf Seite 22 erhält der Adressat ein ähnliches Urteil.

Es ergeben sich eine bestimmte Anzahl Lernalgorithmen, die durch die jeweiligen Adressatenreaktionen bestimmt sind. In jedem Lernalgorithmus durchläuft der Adressat eine Reihe von Lernzuständen. Für uns gilt, daß sich der Lernzustand des Adressaten jedesmal ändert, wenn er eine Information bekommt, wobei auch das nochmalige Durcharbeiten des Basisschrittes Information bedeutet.

Die Anzahl der Lernalgorithmen ist im gegebenen Beispiel 5. Andere Folgen von Lernzuständen erhalten wir, wenn man die Sequenz der Lösungen in den Vergleichseinheiten ändert. Auf diese Weise erhält man für jede Konfiguration eine bestimmte Anzahl von *Konstellationen*. Im gegebenen Beispiel sind es 6 Konstellationen. Mithin erhöht sich die Anzahl der Lernalgorithmen von 5 auf 5 x 6 = 30.

Aus Gründen einer übersichtlicheren Darstellung wurde hier ein Programm beschrieben, daß eine Kollektion von nur 3 Antworten und auch keine Weiterführung im Programm ohne Rückkehr zum Basisschritt vorsieht.

Wir können nun diesen Programmtyp wie folgt formalisieren:

Das Programm besteht aus einer Menge $\mathfrak{K} = \{K_1, ..., K_n\}$ von Konfigurationen. Jede Konfiguration ist ein Quintupel

$$K = (b, L, V, C, \Psi), \text{ worin}$$

b ... Basisschritt

L ... Kollektion: hier eine Menge von 3 Adressatenreaktionen $\{r, f_1, f_2\}$

V ... Menge der Vergleichseinheiten, hier $\{v_1, v_2\}$

C ... Menge der Korrektureinheiten, hier $\{c_1, c_2\}$

Ψ ... Verteiler: Er setzt die Folge der Lösungen in den Vergleichseinheiten fest und bestimmt somit die Konstellation der jeweiligen Konfiguration.

Es gelten ferner folgende Beziehungen:

Da L 3 Elemente enthält, entspricht dieser Konfiguration eine Menge $K = \{k_1, k_2, ..., k_6\}$ verschiedener Konstellationen. Für jede Konstellation gilt $k_i = \Psi(v_1, v_2)$. Jeder Konstellation entspricht eine Menge

$$A = \{a_1, a_2, ..., a_5\}$$

von Lernalgorithmen, wobei

$$a_{k_i} = \delta (X_i \subset \mathfrak{X}),$$

worin X_i die diesen Lernalgorithmus bestimmenden Adressatenreaktionen, d.h. eine Teilmenge der Menge aller möglichen Adressatenreaktionen

$$(\mathfrak{X} = \{X_1, X_2, ..., X_5\})$$

sind.

Für diese Teilmengen erhalten wir also:

$$\begin{aligned} X_1 &= \{x_1 = r\} \\ X_2 &= \{x_1 = f_1, \ x_2 = r\} \\ X_3 &= \{x_1 = f_2, \ x_2 = r\} \\ X_4 &= \{x_1 = f_1, \ x_2 = f_2, \ x_3 = r\} \\ X_5 &= \{x_1 = f_2, \ x_2 = f_2, \ x_3 = r\} \end{aligned}$$

Abbildung 1 zeigt die Konstellation $k = \Psi\ (v_1 = r;\ v_2 = f_1)$

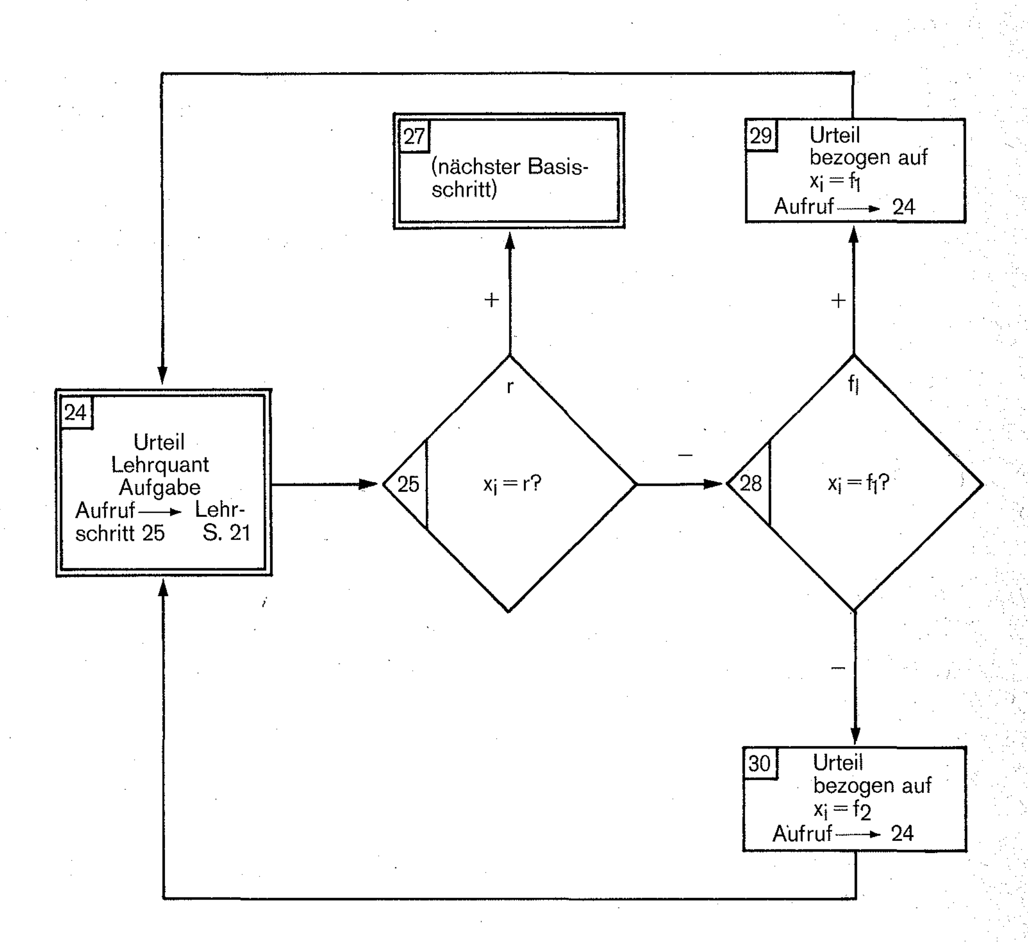


Abb. 1

Da der vorgeschlagene Programmtyp noch nicht erprobt worden ist, muß erst die Praxis erweisen, ob die didaktischen Vorteile größer sind als die Nachteile, mit denen sie erkauft werden.

Zusammenfassung

Es wird ein verzweigtes Programm beschrieben, in dem der Schüler die Antwort nicht aus einer vorgegebenen Kollektion auswählt, sondern sie selbst formuliert, wobei eine entsprechende Fehleranalyse Voraussetzung ist. Das Programm besteht aus sogenannten Konfigurationen. Zu jeder Konfiguration gehören 1 Basisschritt, 2 Vergleichseinheiten (oder Vergleichsschritte) und 2 Korrekturschritte. Eine Konfiguration ermöglicht insgesamt 30 Lernalgorithmen. Die Struktur dieses Programmtyps wird formalisiert.

Schrifttumsverzeichnis

E. Zierer: The Active Branched Programm – a Tentative Model of a New Program Type, REVISTA DE PEDAGOGIA CIBERNETICA E INSTRUCCION PROGRAMADA Nr. 5 Oktober 1970

Eingegangen am 14. Oktober 1971

Anschrift der Verfasserin:

Luisa Monteverde G., Universidad Nacional de Trujillo, Departamento de Ciencias de la Educación, Sección de Instrucción Programada, Apartado 315, Trujillo – Peru

Über gebrochene Didaktiken und Grobdidaktiken

von Helmar FRANK, Berlin und Paderborn

Aus dem Institut für Kybernetik im FEoLL Paderborn (Direktor: Prof. Dr. Helmar Frank)

1. *Problemstellung und Zusammenfassung*

Der Didaktikbegriff der Kybernetischen Pädagogik ist ähnlich wie der Begriff der Algebra in der neueren Mathematik doppeldeutig: hier wie dort geht es einerseits um eine Struktur und andererseits um die Wissenschaft von dieser Struktur. Bisher wurden 64 Didaktiktypen unterschieden (Frank, 1969, Abschnitt 3.82), und zwar aufgrund der unterschiedlichen Unterteilungen der Menge der pädagogischen Variablen in die Teilmenge $\mathfrak{K}$ der Bedingungsfelder (unabhängige Veränderliche) und die dazu komplementäre Teilmenge $\overline{\mathfrak{K}}$ der Entscheidungsfelder (abhängige Veränderliche).

Im folgenden Beitrag zur Systematik der kybernetischen Pädagogik wird das theoretische Programm der Didaktik dadurch ausgeweitet, daß die Teilung zwischen den Bedingungs- und den Entscheidungsfeldern nicht mehr alle diese Felder ganz der einen oder ganz der anderen Teilmenge zuordnet, sondern auch durch eines dieser Felder hindurchlaufen kann. Außerdem wird eine mehr oder minder grobe sprachliche Kennzeichnung der Bildungsvariablen berücksichtigt. Zur Verdeutlichung der Fragestellungen der Didaktiken in diesem allgemeineren Sinne wird das bisherige Begriffs- und Bezeichnungs-System an einigen Stellen verbessert. Die pädagogischen Fragestellungen erster Stufe enthüllen sich erstmals als einfache Sonderfälle entsprechender Fragestellungen zweiter Stufe. –

2. *Der Bildungsraum*

Die Analyse von realem oder denkbarem Unterricht führt auf sechs (näherungsweise schon von Heimann, 1962, gefundene) Komponenten, die als „Dimensionen des pädagogischen Raums" bezeichnet werden, nämlich (in kanonischer Reihenfolge):

B: Bildungsalgorithmus (Verhalten des Lehrsystems)
L: Lehrstoff
M: Medium
P: Psychostruktur
S: Soziostruktur (Feld möglicher Zusatzeinflüsse der Umwelt)
Z: Lehrziel

Für spezielle Zwecke ist eine genauere Unterscheidung in einzelnen dieser Dimensionen erforderlich. Z.B. kann mit B^+ die Dimension der für ein Medium *programmierten* Bildungsalgorithmen, mit L^+ die Dimension der Formulierungen der Lehrstoffe durch Basaltexte bezeichnet werden. – Untereinander gleichbedeutend sind die Ausdrücke

„Bildungsdimension", „Dimension des pädagogischen Raums", „Bildungsfeld". Die Menge aller sechs Bildungsfelder f_i ist die Bildungsfeldmenge

(1) $\mathfrak{F} = \{f_i\} = \{B; L; M; P; S; Z\}$

Die Beschreibung eines konkreten Unterrichts u erfolgt hinsichtlich der in $\mathfrak{F}$ enthaltenen sechs Gesichtspunkte (Aspekte), ist also eine Kombination von sechs Teilbeschreibungen. Beispielsweise ist der Basaltext eine Beschreibung des zugrundegelegten Lehrstoffs. Die Menge aller dazu gleichwertigen Beschreibungen (stilistische Umformulierungen des Basaltextes) ist ein spezieller „Koordinatenwert", der u hinsichtlich der Dimension L vollständig beschreibt. Da verschiedene Unterrichte unterschiedliche Lehrstoffe zu vermitteln trachten, wird dem Bildungsfeld L eine Bildungs*veränderliche* zugeordnet; nach DIN 1338 ist ihre Bezeichnung wie jedes Zeichen für eine Veränderliche *kursiv* zu drucken; der größeren Deutlichkeit halber kann sie auch durch eine Minuskel bezeichnet werden. Ein Unterricht u wird also in der Dimension L durch die Bildungsvariable L bzw. l festgelegt. Analoges gilt in den anderen fünf Dimensionen. Die Menge der Bildungsveränderlichen v_i ist

(2) $\mathfrak{V} = \{v_i\} =_{\text{Df}} \{B; L; M; P; S; Z\} =_{\text{Df}} \{b; l; m; p; s; z\}$

Die Menge der Werte, welche v_i annimmt, wenn u die Menge aller schon verwirklichter oder möglicher Unterrichte durchläuft, bezeichnen wir mit dem entsprechenden deutschen Großbuchstaben bzw. allgemein mit $\mathfrak{V}_i$. Beispielsweise ist $\mathfrak{V}_2 = \mathfrak{L}$ die Menge aller möglichen Lehrstoffe. Damit definieren wir den Bildungsraum (pädagogischen Raum) als cartesisches Produkt

(3) $\mathfrak{U} =_{\text{Df}} \mathop{\times}_{i=1}^{6} \mathfrak{V}_i =_{\text{Df}} \mathfrak{B} \times \mathfrak{L} \times \mathfrak{M} \times \mathfrak{P} \times \mathfrak{S} \times \mathfrak{Z}$

Jeder Unterricht u wird durch einen Punkt dieses Raums dargestellt, und zwei verschiedene Unterrichte durch zwei verschiedene solcher Punkte. Daher können wir u als Element des Bildungsraums $\mathfrak{U}$ auffassen: $u \in \mathfrak{U}$. Umgekehrt entspricht aber nicht jedem Punkt des Bildungsraums ein schon verwirklichter oder wenigstens möglicher Unterricht; alle Punkte aus $\mathfrak{U}$, welche hierbei auszunehmen sind, nennen wir ungültig, alle anderen gültig. $\mathfrak{U}_g$ bezeichnet die Menge aller gültigen Punkte des Bildungsraums. Jede (echte oder unechte) Teilmenge von $\mathfrak{U}$ heißt Bildungsbereich $\mathfrak{U}^b$. Wir definieren:

(4) $\mathfrak{U}_g^b =_{\text{Df}} \mathfrak{U}^b \cap \mathfrak{U}_g$

3. *Didaktische Räume und ganze Didaktiken*

$\mathfrak{J}$ sei eine Teilmenge der Indexlänge $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ derart, daß bei einem zu entwerfenden oder zu deutenden Unterricht u jede Komponente v_i mit $i \in \mathfrak{J}$ bekannt, jede Komponente v_i mit $i \notin \mathfrak{J}$ unbekannt ist. Dann heißt f_i Bedingungsfeld, wenn $i \in \mathfrak{J}$, andernfalls Entscheidungsfeld. $\mathfrak{K} \subseteq \mathfrak{F}$ bezeichne die Menge aller Bedingungsfelder, $\bar{\mathfrak{K}} = \mathfrak{F} \setminus \mathfrak{K}$ die Menge aller Entscheidungsfelder. Als Bedingungs*raum* definieren wir

das cartesische Produkt

(5) $$\mathfrak{D}_{\mathfrak{K}} =_{Df} \underset{i \in \mathfrak{J}}{\times} \mathfrak{V}_i$$

wobei die Faktoren des Produkts in der kanonischen Reihenfolge geordnet sein sollen. Entsprechend definieren wir den Entscheidungsraum durch

(6) $$\mathfrak{D}_{\overline{\mathfrak{K}}} =_{Df} \underset{i \notin \mathfrak{J}}{\times} \mathfrak{V}_i$$

Bedingungsraum und Entscheidungsraum nennen wir didaktische Räume.

Die Projektion eines Punktes $u = (u_1; u_2; ...; u_n)$ eines n-dimensionalen Raums $\mathfrak{R}_n$ auf einen n-x-dimensionalen Unterraum $\mathfrak{R}_{n-x}$ ist das aus dem n-tupel u dadurch hervorgehende n-x-tupel, daß im n-tupel alle jene Komponenten gestrichen werden, welche zu Dimensionen gehören, die den Unterraum nicht mit aufspannen. Als Symbol führen wir ein: $u \searrow \mathfrak{R}_{n-x}$. $\{u\} \searrow \mathfrak{R}_{n-x}$ bezeichnet entsprechend eine Menge solcher Projektionen.

Offenbar folgen aus der Definition von $\mathfrak{V}_i$, $\mathfrak{D}_{\mathfrak{K}}$ und $\mathfrak{U}_g$ die Sätze

(7) $$\mathfrak{U} \searrow \mathfrak{D}_{\mathfrak{K}} = \mathfrak{D}_{\mathfrak{K}}$$

(8) $$\mathfrak{U}_g \searrow \mathfrak{V}_i = \mathfrak{V}_i$$

(9) $$\mathfrak{U}_g \searrow \mathfrak{D}_{\mathfrak{K}} \subseteq \mathfrak{D}_{\mathfrak{K}}$$

Sind $\mathfrak{X}_1$ und $\mathfrak{X}_2$ Teilmengen einer Menge $\mathfrak{X}$, deren Elemente in eine definierte kanonische Ordnung (z.B. in alphabetische Ordnung oder in eine Ordnung nach wachsender Indexgröße) gebracht werden können, und bezeichnet $\downarrow \mathfrak{X}_i$ die entsprechend geordnete Menge $\mathfrak{X}_i$, dann definieren wir den *Einschub* (die Einordnung) von $\downarrow \mathfrak{X}_1$ in $\downarrow \mathfrak{X}_2$ durch

(10) $$\downarrow \mathfrak{X}_1 \ominus \downarrow \mathfrak{X}_2 =_{Df} \downarrow (\mathfrak{X}_1 \cup \mathfrak{X}_2)$$

Es gilt also insbesondere

(11) $$\downarrow \mathfrak{K} \ominus \downarrow \overline{\mathfrak{K}} = \downarrow \mathfrak{F}$$

Durch die Ordnung der Dimensionen ist eine Ordnung der Komponenten eines Punktes u gegeben. Damit gilt:

(12) $$u \searrow \mathfrak{D}_{\mathfrak{K}} \ominus u \searrow \mathfrak{D}_{\overline{\mathfrak{K}}} = u$$

In Verallgemeinerung der Definition (10) wird man den Einschub einer geordneten Menge $\mathfrak{X}_1$ in eine Menge $\mathfrak{Y}$ geordneter Mengen $y_i = \downarrow \mathfrak{X}_i$ definieren durch

(13) $\downarrow \mathfrak{X}_1 \ominus \mathfrak{Y} =_{Df} \{\downarrow \mathfrak{X}_1 \ominus y_i\}$

d.h. als Menge von Einschüben von $\downarrow \mathfrak{X}_1$ in die einzelnen Mengen von $\mathfrak{Y}$. Schließlich wird eine Menge $\mathfrak{Z}$ von geordneten Mengen $z_k = \downarrow \mathfrak{X}_k$ in eine Menge $\mathfrak{Y}$ solcher Mengen y_i eingeschoben, indem man jedes Element von $\mathfrak{Z}$ in jedes Element von $\mathfrak{Y}$ einschiebt:

(14) $\mathfrak{Z} \ominus \mathfrak{Y} =_{Df} \{z_k \ominus y_j\}$

Daher gilt

(15) $\mathfrak{D}_{\mathfrak{K}} \ominus \mathfrak{D}_{\overline{\mathfrak{K}}} = \mathfrak{U}$

Für die Projektionen eines Bildungsbereichs $\mathfrak{U}^b$ in einen didaktischen Raum führen wir folgende Bezeichnungen ein:

(16) $\mathfrak{D}^b_{\mathfrak{K}} =_{Df} \mathfrak{U}^b \searrow \mathfrak{D}_{\mathfrak{K}}$

(17) $\mathfrak{D}^b_{\overline{\mathfrak{K}}} =_{Df} \mathfrak{U}^b \searrow \mathfrak{D}_{\overline{\mathfrak{K}}}$

Eine Abbildung

(18a) $d^b: \mathfrak{D}^b_{\mathfrak{K}} \rightarrow 2^{\mathfrak{D}^b_{\overline{\mathfrak{K}}}}$

bzw. eine für alle $x \in \mathfrak{D}^b_{\mathfrak{K}}$ definierte Funktion

(18b) $\{y\} = d^b(x)$ mit $\{y\} \subseteq \mathfrak{D}^b_{\overline{\mathfrak{K}}}$

nennen wir Didaktikfunktion. (Statt d^b wird üblicherweise D^b geschrieben. Wir wollen den Großbuchstaben bevorzugt für die in Abschnitt 7 einzuführende Verallgemeinerung benutzen.) Als Typ n einer Didaktikfunktion mit dem Definitionsbereich $\mathfrak{D}^b_{\mathfrak{K}}$, $\mathfrak{K} = \{f_i\}$, $i \in \mathfrak{J}$, bezeichnen wir die ganze Zahl

(19) $n =_{Df} \sum_{i \notin \mathfrak{J}} 2^{6-i}$

Die Teilmengen $\mathfrak{J}$ werden durch (19), wie leicht zu beweisen ist, umkehrbar eindeutig den ganzen Zahlen zwischen 0 und 63 zugeordnet. Die Dualzahlschreibweise der entsprechenden ganzen Zahl n enthält die Dualziffer L (eins) in der Position p (Stellenwert 2^{p-1}) genau dann, wenn $f_{6-p+1} \in \overline{\mathfrak{K}}$. Daher ist $\mathfrak{K}$ eine Funktion von n, und umgekehrt.

Als (ganze) Didaktik vom Typ n bezeichnen wir das Tripel

(20) $$\Delta_n^b =_{Df} (\mathfrak{D}_{\mathfrak{K}}^b, \mathfrak{D}_{\overline{\mathfrak{K}}}^b, d_n^b) \text{ mit } \mathfrak{K} = \mathfrak{K}(n)$$

Eine Didaktik Δ_n^b, für welche $\mathfrak{U}^b = \mathfrak{U}$ ist, heißt Universaldidaktik Δ_n vom Typ n; jede andere heißt Partialdidaktik. Für eine Universaldidaktik gilt nach (7) und (16) $\mathfrak{D}_{\mathfrak{K}}^b = \mathfrak{D}$

Eine Didaktik $\Delta_n^b = (\mathfrak{D}_{\mathfrak{K}}^b, \mathfrak{D}_{\overline{\mathfrak{K}}}^b, d_n^b)$ heißt *gültig*, wenn für jeden Wert $x \in \mathfrak{D}_{\mathfrak{K}}$ gilt

(21) $$x \ominus d_n^b(x) \subseteq \mathfrak{U}_g$$

Eine Universaldidaktik heißt Idealdidaktik, wenn gilt

(22) $$\bigcup_{x \in \mathfrak{D}_{\mathfrak{K}}} x \ominus d_n(x) = \mathfrak{U}_g$$

Eine Idealdidaktik ist gültig.

4. *Die Grundräume* $^r\mathfrak{V}_i$

Die Elemente der Menge $\mathfrak{V}_i$ der Werte, welche bei irgendeinem schon realisierten oder möglichen Unterricht u die Komponente v_i annehmen kann, unterscheiden sich in jeweils mindestens einem Merkmal. Die Menge $\mathfrak{F}_{f_i} = \mathfrak{F}_i$ dieser Merkmale (z.B. $\mathfrak{F}_B, \mathfrak{F}_L, \mathfrak{F}_M$) können wir dem Feld f_i (B bzw. L bzw. M) gleichsetzen. Eine Analyse realer oder denkbarer Elemente von $\mathfrak{V}_i$ muß zu den „Dimensionen" des jeweiligen Merkmalraums führen. (Für die Menge $\mathfrak{V}_3 = \mathfrak{M}$ möglicher Medien wurden Ansätze zu einer Dimensionsbestimmung des Merkmalraums bei Frank, 1971, und Frank und Meder, 1971, versucht. Ein Vollständigkeitsnachweis, der z.B. automatentheoretisch orientiert sein könnte, fehlt.) In Analogie zu Abschnitt 2 ist z.B.

(23) $$\mathfrak{F}_M = \{f_{M,k}\} = \{M_1; M_2; \ldots; M_{|\mathfrak{F}_M|}\}$$

und allgemein

(24) $$\mathfrak{F}_i = \{f_{i,k}\} = \{(f_i)_1; \ldots; (f_i)_{|\mathfrak{F}_i|}\}$$

Jeder Dimension $f_{i,k}$, z.B. jeder Dimension $f_{3,k} = M_k$ des Medienmerkmalraums, entspricht eine Merkmalsvariable $v_{i,k}$, die wieder kursiv (und evtl. zusätzlich klein) zu schreiben ist, also z.B. $v_{3,k} = M_k = m_k$. Die Menge der Werte, welche $v_{i,k}$, z.B. $v_{3,k} = m_k$, annehmen kann, bezeichnen wir mit $\mathfrak{V}_{i,k}$, z.B. $\mathfrak{V}_{i,k} = \mathfrak{M}_k$. Damit können wir z.B. den Medienraum als cartesisches Produkt definieren

(25) $$\mathfrak{M}^r =_{Df} \mathfrak{M}_1 \times \mathfrak{M}_2 \times \ldots \times \mathfrak{M}_{|\mathfrak{F}_M|} = \mathop{\times}_{k=1}^{|\mathfrak{F}_M|} \mathfrak{M}_k$$

Jedes Medium M kann als Element des Medienraums aufgefaßt werden: $M \in \mathfrak{M}$. Umgekehrt entspricht nicht jedem Punkt des Medienraums ein schon verwirklichtes oder wenigstens mögliches Medium; alle Punkte aus ${}^r\mathfrak{M}$, für welche dies nicht gilt, nennen wir *ungültig*, alle Punkte, für welche es gilt, nennen wir *gültig*. $\mathfrak{M}$ ist also die Menge der gültigen Punkte aus ${}^r\mathfrak{M}$. Jede (echte oder unechte Teilmenge) von ${}^r\mathfrak{M}$ heißt Medienbereich ${}^r\mathfrak{M}^b$. Wir definieren

(26) $$\mathfrak{M}^b =_{\mathrm{Df}} {}^r\mathfrak{M}^b \cap \mathfrak{M}$$

Analog definieren wir

(27) den Bildungsalgorithmenraum $${}^r\mathfrak{B} =_{\mathrm{Df}} \mathop{\mathrm{X}}_{k=1}^{|\mathfrak{F}_B|} \mathfrak{B}_k$$

(28) den Lehrstoffraum $${}^r\mathfrak{L} =_{\mathrm{Df}} \mathop{\mathrm{X}}_{k=1}^{|\mathfrak{F}_L|} \mathfrak{L}_k$$

(29) den Psychostrukturraum $${}^r\mathfrak{P} =_{\mathrm{Df}} \mathop{\mathrm{X}}_{k=1}^{|\mathfrak{F}_P|} \mathfrak{P}_k$$

(30) den Soziostrukturraum $${}^r\mathfrak{S} =_{\mathrm{Df}} \mathop{\mathrm{X}}_{k=1}^{|\mathfrak{F}_S|} \mathfrak{S}_k$$

(31) den Lehrzielraum $${}^r\mathfrak{Z} =_{\mathrm{Df}} \mathop{\mathrm{X}}_{k=1}^{|\mathfrak{F}_Z|} \mathfrak{Z}_k$$

und allgemein den Grundraum (auf den sich die Aussagen einer pädagogischen Grundwissenschaft beziehen)

(32) $${}^r\mathfrak{W}_i =_{\mathrm{Df}} \mathop{\mathrm{X}}_{k=1}^{|\mathfrak{F}_i|} \mathfrak{W}_{i,k}$$

5. *Aspekträume und Aspektiken*

$\mathfrak{N}$ sei eine Teilmenge der Menge der natürlichen Zahlen derart, daß bei einem zu konstruierenden Medium m jedes Merkmal m_k mit $k \in \mathfrak{N}$ vorgeschrieben, jedes andere nicht vorgeschrieben ist. Dann heißt M_k Medien-*Bedingungs*feld falls $k \in \mathfrak{N}$, sonst Medien-*Entscheidungs*feld. $\mathfrak{T}_3 \subseteq \mathfrak{F}_M$ (oder kurz: $\mathfrak{T}$) bezeichnet die Teilmenge der Medienbedingungsfelder. Als Medienbedingungs*raum* definieren wir das cartesische Produkt

(33) $$\mathfrak{M}_{\mathfrak{T}} =_{\mathrm{Df}} \mathop{\mathrm{X}}_{k \in \mathfrak{N}} \mathfrak{M}_k$$

wobei die Faktoren des Produkts in kanonischer Reihenfolge (nach wachsendem Index)

geordnet sind. Entsprechend definieren wir den Medienentscheidungsraum

(34) $\mathfrak{M}_{\underline{\mathfrak{T}}} =_{Df} \underset{k \notin \mathfrak{N}}{\times} \mathfrak{M}_k$

Medienbedingungsräume und Medienentscheidungsräume nennen wir Medienaspekträume.

$\mathfrak{M}^b_{\mathfrak{T}}$ und $\mathfrak{M}^b_{\underline{\mathfrak{T}}}$ werden analog zu (16) und (17) als Projektionen des Medienbereichs in die beiden Medienaspekträume definiert.

Eine Abbildung

(35a) $m^b : \mathfrak{M}^b_{\mathfrak{T}} \rightarrow 2^{\mathfrak{M}^b_{\underline{\mathfrak{T}}}}$

bzw. eine für alle $x \in \mathfrak{M}^b_{\mathfrak{T}}$ definierte Funktion

(35b) $\{y\} = m^b(x)$ mit $\{y\} \subseteq \mathfrak{M}^b_{\underline{\mathfrak{T}}}$

nennen wir medienlogische Funktion. (Man könnte sie auch mit einem kursiven Großbuchstaben schreiben, da sie gewisse – im Rahmen der durch b beschriebenen Einschränkung – im Felde M der Medien behauptete Relationen wiedergibt.) Als Typ n einer medienlogischen Funktion mit dem Definitionsbereich $\mathfrak{M}^b_{\mathfrak{T}}$, $\mathfrak{T} = \{\mathfrak{M}_k\}$, $k \in \mathfrak{N}$, bezeichnen wir die ganze Zahl

(36) $n =_{Df} \sum_{k \notin \mathfrak{N}} 2^{|\mathfrak{F}_M| - k}$

Als „Mediologik" vom Typ n bezeichnen wir das Tripel

(37) $\mu^b_n =_{Df} (\mathfrak{M}^b_{\mathfrak{T}}, \mathfrak{M}^b_{\underline{\mathfrak{T}}}, m^b_n)$ mit $\mathfrak{T} = \mathfrak{T}\ (\mathfrak{N}(n)\ )$

Eine solche Mediologik heißt gültig, wenn für jeden Wert $x \in \mathfrak{M}^b_{\mathfrak{T}}$ gilt:

(38) $x \ominus m^b_n(x) \subseteq \mathfrak{M}$

Die Medienkunde (Medientheorie, Mediologie) kann als Wissenschaft von den hier als „Mediologiken" bezeichneten Strukturen definiert werden, so wie die Didaktik als Wissenschaft von den Didaktiken. Ganz entsprechende Strukturen β^b_n, λ^b_n, π^b_n, σ^b_n und ζ^b_n können als Gegenstände der anderen pädagogischen Wissenschaften erster Stufe (der sogenannten pädagogischen Grundwissenschaften) definiert werden, nämlich der Bildungsmethodenkunde, der Lehrstoffkunde, der Psychostrukturtheorie, der Soziostrukturtheorie und der Lehrzielkunde. Allgemein kann man jede solche, einen einzigen

der sechs Aspekte des Unterrichts betreffende Struktur $a^b_{i,n}$ eine „Aspektik" nennen und definieren durch das Tripel

$$(39) \qquad a^b_{i,n} =_{Df} (\mathfrak{B}^b_{i,\mathfrak{T}_i}, \mathfrak{B}^b_{i,\overline{\mathfrak{T}}_i}, v^b_{i,n}),$$

wobei die Definition der drei Komponenten Verallgemeinerungen der darin für den Fall $i = 3$ enthaltenen medienkundlichen Definitionen (33), (34) und (35) sind.

6. *Gebrochene Didaktiken*

Von den Komponenten v_i eines (zu entwerfenden oder zu deutenden) Unterrichts $u \in \mathfrak{U}^b$ sei die (echte oder unechte) Teilmenge $\mathfrak{T}_i$ der Merkmale bekannt, die jeweils restliche Menge $\overline{\mathfrak{T}}_i$ dagegen nicht. Dann definieren wir als „gebrochenen" Bedingungsraum das cartesische Produkt

$$(40) \qquad \mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}} =_{Df} \mathop{\times}_{i=1}^{6} \mathfrak{B}_{i,\mathfrak{T}_i} = \mathfrak{B}^b_{\mathfrak{T}_1} \times \mathfrak{L}^b_{\mathfrak{T}_2} \times \mathfrak{M}^b_{\mathfrak{T}_3} \times \mathfrak{P}^b_{\mathfrak{T}_4} \times \mathfrak{S}^b_{\mathfrak{T}_5} \times \mathfrak{Z}^b_{\mathfrak{T}_6}$$

Offenbar entspricht der in (5) definierte „ganze" Bedingungsraum dem Sonderfall $\mathfrak{T}_i = \mathfrak{F}_i$ für $i \in \mathfrak{J}$ und $\mathfrak{T}_i = \emptyset$ für $i \notin \mathfrak{J}$. Der nach (40) definierte Bedingungsraum ist also nur *echt* gebrochen, wenn für mindestens ein i gilt: $\emptyset \subset \mathfrak{T}_i \subset \mathfrak{F}_i$.

Analog zu (40) kann auch ein gebrochener Entscheidungsraum definiert werden. Die Definition der gebrochenen Didaktikfunktion erhält man aus (18a,b) durch Substitution von $\{\mathfrak{T}_i\}$ bzw. $\{\overline{\mathfrak{T}}_i\}$ für $\mathfrak{K}$ bzw. $\overline{\mathfrak{K}}$. Als Typ eignet sich eine ganze Zahl n nicht mehr, vielmehr benötigt man einen Vektor

$$(41) \qquad \mathfrak{n} =_{Df} (n_1; n_2; n_3; n_4; n_5; n_6)$$

dessen Komponenten n_i sich aus (36) berechnen lassen, falls dort statt $\mathfrak{F}_M$ allgemein $\mathfrak{F}_i$ eingesetzt und unter $\mathfrak{N}$ die von i abhängige Menge der Indizes k mit $f_{i,k} \in \mathfrak{T}_i$ verstanden wird. Damit gewinnt man den Begriff der *gebrochenen Didaktik:*

$$(42) \qquad \Delta^b_{\mathfrak{n}} =_{Df} (\mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}}, \mathfrak{D}^b_{\{\overline{\mathfrak{T}}_i\}}, d^b_{\mathfrak{n}}), \text{ mit } \mathfrak{T}_i = \mathfrak{T}_i(\mathfrak{n})$$

Die Gültigkeit gebrochener Didaktiken wird analog zu (21) definiert, wobei in der kanonischen Ordnung die Merkmale von f_{i+1} alle nach denen von f_i kommen und unter sich nach steigender Indexnummer k geordnet sind.

Die in (20) definierten ganzen Didaktiken vom Typ n entsprechen den „unecht" gebrochenen Didaktiken vom Typ

$$(43) \qquad \mathfrak{n} = (2^{|\mathfrak{F}_i|} - 1) \otimes c(n),$$

wenn $c(n)$ die 6-ziffrige Codierung von n im Dualzahlensystem und „$\otimes$" die Bildung eines Vektors aus zwei Vektoren gleicher Dimension durch komponentenweise Multiplikation bezeichnet.

7. *Potenzdidaktiken und Halbdidaktiken*

Beim Versuch, praktisch verwertbare Didaktiken aufzubauen, z.B. eine Didaktik der Rechnerkunde (vgl. Frank und Meyer, 1972), müssen (zumindest außerhalb des Bereichs der vollalgorithmischen Formaldidaktiken) gegenüber einem Didaktikbegriff, wie er in (20) oder (42) definiert wurde, Vernachlässigungen gemacht werden, die nicht durchweg zu rechtfertigen sind durch die bekannte Unschärfe jeder Anwendung einer mathematischen Struktur auf die Empirie. Insbesondere zeigt es sich, daß die Bedingungen $x \in \mathfrak{D}^b_{\mathfrak{K}}$ vielfach nur unscharf formuliert werden und daß dasselbe für die von der Didaktikfunktion zur Entscheidung angebotenen Werte $y \subseteq \mathfrak{D}^{\bar{b}}_{\mathfrak{K}}$ gilt. Diesem Umstand kann durch eine abermalige Verallgemeinerung des Didaktikbegriffs Rechnung getragen werden.

Ist eine Bedingung unscharf definiert, dann steht offenbar nicht eindeutig fest, welches Element des (echt oder unecht) gebrochenen Bedingungsraums $\mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}}$ gemeint ist, vielmehr genügt eine gewisse Teilmenge von $\mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}}$ der Formulierung. Da die Bedingung Implikationsvoraussetzung der didaktischen Aussage y ist, und wir davon ausgehen, daß der Formulierende diese Aussage für uneingeschränkt gültig hält, obgleich er die Bedingung nur im Rahmen einer mit seinem Formulierungssystem (Code) c erreichbaren Genauigkeit formulierte, müssen wir unterstellen, daß die didaktische Aussage y für jede Bedingung x gemacht werden soll, die durch die Formulierung von x nicht ausgeschlossen wird. Die Argumente einer zweckmäßig zu verallgemeinernden Didaktikfunktion ${}^cD^b_{\mathfrak{n}}$ sollten daher statt der Elemente von $\mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}}$ die Elemente der Potenzmenge (d.h. je eine Teilmenge) davon sein. Die mittels dieser Didaktikfunktion aufgestellte didaktische Behauptung (die bei gültigen Didaktiken stets zutrifft) lautet, daß für alle Elemente einer als Argument der Didaktikfunktion auftretenden Teilmenge $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}}$ jeder im Funktionswert als Element enthaltene Wert aus $\mathfrak{D}^b_{\{\bar{\mathfrak{T}}_i\}}$ eine Ergänzung zu einem Punkt aus $\mathfrak{U}_g$ ist. Im Bedingungs-Formuliersystem c existiert also eine Menge

${}^c\mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}} \subseteq 2^{\mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}}}$ von Formulierungen, die je eine Menge $\mathfrak{X}$ nicht unterschiedener Bedingungen treffen. Nun definieren wir die verallgemeinerte Didaktikfunktion durch

$$(44) \qquad {}^cD^b_{\mathfrak{n}}(\mathfrak{X}) =_{\mathrm{Df}} \bigcap_{x \in \mathfrak{X}} d^b_{\mathfrak{n}}(x)$$

Das Tripel

$$(45) \qquad {}^c\Delta^b_{\mathfrak{n}} =_{\mathrm{Df}} ({}^c\mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}}, \mathfrak{D}^b_{\{\bar{\mathfrak{T}}_i\}}, {}^cD^b_{\mathfrak{n}}),$$

dessen Komponenten damit alle definiert sind, soll „Potenzdidaktik" heißen.

Zunächst scheint die Unschärfe der Formulierung des *Funktions*wertes einer Didaktikfunktion unproblematisch zu sein, da ja die Didaktikfunktion ohnehin jeden Punkt ihres Bedingungsraums auf eine Punkt*menge* ihres Entscheidungsraums abbildet. Indessen ist mit dieser Abbildung auf eine Punktmenge die didaktische Behauptung gemeint, *alle* Punkte dieser Punktmenge würden nach Einschub in den vorgegebenen Punkt des Bedingungsraums einen gültigen Punkt ergeben. Unter einer unscharfen Formulierung eines Ergebnisses ist jedoch die Unterdrückung eines Teils der Information über dieses Ergebnis gemeint. Das bedeutet, daß die Formulierung zwar das Ergebnis *mit* trifft, darüber hinaus jedoch möglicherweise *noch mehr*, d.h. noch weitere, nicht gemeinte Punkte des Entscheidungsraums. Ein Ergebnis-Formuliersystem (ein Code) k gestattet also eine Menge ${}_k\mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}} \subseteq 2^{\mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}}}$ von Formulierungen, die je eine Menge nicht unterschiedener Werte aus $\mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}}$ treffen. Die verallgemeinerte Didaktikfunktion ${}_kD^b_{\mathfrak{n}}$ kann dann als beliebige Funktion

$$(46) \qquad \mathfrak{Y} = {}_k\mathrm{D}^b_{\mathfrak{n}}(x) \quad \text{mit} \quad x \in \mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}} \quad \text{und} \quad d^b_{\mathfrak{n}}(x) \subseteq {}_k\mathrm{D}^b_{\mathfrak{n}}(x)$$

definiert werden. Der Quotient $|d^b_{\mathfrak{n}}(x)| : |{}_kD^b_{\mathfrak{n}}(x)|$ ist im Falle endlicher Mächtigkeiten der beiden Mengen ein Maß für die Schärfe der unscharfen Didaktikfunktion ${}_kD^b_{\mathfrak{n}}$ an der Stelle x.

Wir gewinnen damit den Begriff einer Halbdidaktik:

Die Unschärfe der Ergebnisformulierung kann insbesondere ganze Bildungsdimensionen ignorieren; die Aspektiken erweisen sich daher als Sonderfälle der Halbdidaktiken, bei denen je höchstens eine Komponente von $\mathfrak{n}$ nicht maximal ist und ${}_kD^b_{\mathfrak{n}}$ keinerlei Information hinsichtlich der fünf anderen Aspekte liefert. –

Wir können schließlich die Verallgemeinerungen (45) und (47) des Didaktikbegriffs zusammenfassen zum Begriff einer Potenzhalbdidaktik oder kurz: *Grobdidaktik*, welche sowohl im Bedingungsraum (durch einen Code c) als auch im Entscheidungsraum (durch einen Code k) unscharf formuliert:

$$(48) \qquad {}^c_k\Delta^b_{\mathfrak{n}} =_{\mathrm{Df}} ({}^c\mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}}, {}_k\mathfrak{D}^b_{\{\mathfrak{T}_i\}}, {}^c_k\mathrm{D}^b_{\mathfrak{n}}) \quad \text{mit} \quad \mathfrak{T}_i = \mathfrak{T}_i(\mathfrak{n})$$

Das kann als Struktur der in der Praxis verwendeten didaktischen Strategien gelten. Als Güte einer solchen Didaktik an der Stelle $\mathfrak{X}$ ihres Definitionsbereichs kann der Quotient $|\mathfrak{X} \ominus {}^c_k\mathrm{D}^b_{\mathfrak{n}}(\mathfrak{X}) \cap \mathfrak{U}_g|$ dividiert durch $|\mathfrak{X} \ominus {}^c_k\mathrm{D}^b_{\mathfrak{n}}(\mathfrak{X})|$ definiert werden. –

Schrifttum

Frank, Helmar: Kybernetische Grundlagen der Pädagogik, 2 Bände
Agis, Baden-Baden, und Kohlhammer, Stuttgart, 2. Auflage 1969

Frank, Helmar: Programmatische Notiz zur deterministischen Lehrsystemtheorie
GrKG 12, Heft 1, S. 19–30, 1971

Frank, Helmar, und Meder, Brigitte: Erfahrungen mit der Lehrprogrammanpassung bei Medienwechsel. GrKG 12, Heft 1, S. 31–37, 1971

Frank, Helmar, und Meyer, Ingeborg: Rechnerkunde. Elemente der digitalen Nachrichtenverarbeitung und ihrer Fachdidaktik
Urban-Taschenbuch 151, Kohlhammer, Stuttgart, 1972

Heimann, Paul: Didaktik als Theorie und Lehre. Die Deutsche Schule, 1962, S. 407–427

Eingegangen am 12. Februar 1972

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. Helmar Frank, 1 Berlin 46, Calandrellistr. 59 B

Formal didaktiken

1. Paderborner Werkstattgespräch 9. — 10. 7. 1971

Veranstaltet vom Forschungs- und Entwicklungszentrum für objektivierte Lehr- und Lernverfahren (FEoLL)
Institut für Kybernetik

mit Beiträgen von:

Prof. Dr. Wolfgang E. Arlt
Berlin

Dr. Korbinian Braun
München

Dr. Heiko Closhen
Paderborn

Prof. Dr. Helmar Frank
Berlin und Paderborn

Prof. Dr. Klaus-Dieter Graf
Neuss

Paul-Bernd Heinrich
Wiesbaden

Dr. Ottmar Hertkorn
Paderborn

Wolfgang Hilbig, Berlin

Ingo Hoepner, Berlin

Dr. Gerhard Hollenbach
Paderborn

Dr. Alfred Hoppe, Bonn

A. Jaspers, Nijmegen

Prof. Dr. Miloš Lánský
Paderborn

Helga Pietzsch, Berlin

Lothar Schupe, Berlin

Waldemar Zeiske, Berlin

Ladenpreis DM 9,80

Bestell-Nr. 38091

Vertrieb:

HERMANN SCHROEDEL VERLAG KG
Hannover / Berlin / Darmstadt / Dortmund

Richtlinien für die Manuskriptabfassung

Es wird zur Beschleunigung der Publikation gebeten, Beiträge an die Schriftleitung in doppelter Ausfertigung einzureichen. Etwaige Tuschzeichnungen oder Photos brauchen nur einfach eingereicht zu werden.

Artikel von mehr als 12 Druckseiten Umfang können in der Regel nicht angenommen werden. Unverlangte Manuskripte können nur zurückgesandt werden, wenn Rückporto beiliegt. Es wird gebeten bei nicht in deutscher Sprache verfaßten Manuskripten eine deutsche Zusammenfassung anzufügen.

Die verwendete Literatur ist, nach Autorennamen alphabetisch (verschiedene Werke desselben Autors chronologisch) geordnet, in einem Schrifttumsverzeichnis am Schluß des Beitrags zusammenzustellen. Die Vornamen der Autoren sind mindestens abgekürzt zu nennen. Bei selbständigen Veröffentlichungen sind Titel, Erscheinungsort und -jahr, womöglich auch Verlag, anzugeben. Zeitschriftenbeiträge werden vermerkt durch Name der Zeitschrift, Band, Seite (z. B. S. 317–324) und Jahr, in dieser Reihenfolge. (Titel der Arbeit kann angeführt werden.) Im selben Jahr erschienene Arbeiten desselben Autors werden durch den Zusatz „a“, „b“ etc. ausgezeichnet. Im Text soll grundsätzlich durch Nennung des Autorennamens und des Erscheinungsjahrs des zitierten Werkes (evtl. mit dem Zusatz „a“ etc.), in der Regel aber nicht durch Anführung des ganzen Buchtitels zitiert werden. Wo es sinnvoll ist, sollte bei selbständigen Veröffentlichungen und längeren Zeitschriftenartikeln auch Seitenzahl oder Paragraph genannt werden. Anmerkungen sind zu vermeiden.

Forme des manuscrits

Pour accélérer la publication les auteurs sont priés, de bien vouloir envoyer les manuscrits en deux exemplaires. Des figures (à l'encre de chine) et des photos, un exemplaire suffit.

En général les manuscrits qui fourniraient plus de 12 pages imprimées ne peuvent être acceptés. Les manuscrits non demandés ne deuvent être rendus que si les frais de retour sont joints. Si les manuscrits ne sont pas écrits en allemand, les auteurs sont priés de bien vouloir ajouter un résumé en allemand.

La littérature utilisée doit être citée à la fin de l'article par ordre alphabétique; plusieurs oeuvres du même auteur peuvent être enumérées par ordre chronologique. Le prénom de chaque auteur doît être ajouté, au moins en abrégé. Indiquez le titre, le lieu et l'année de publication, et, si possible, l'éditeur des livres, ou, en cas d'articles de revue, le nom de la revue, le tome, les pages (p.ex.p. 317–324) et l'année, suivant cet ordre; la titre des travaux parus dans de revues peut être mentionné. Les travaux d'un auteur parus la même année sont distingués par «a», «b» etc. Dans le texte on cite le nom de l'auteur, suivi de l'année de l'édition (éventuellement complèté par «a» etc.), mais non pas, en général, le titre de l'ouvrage; si c'est utile on peut ajouter la page ou le paragraphe. Evitez les remarques en bas de pages.

Form of Manuscript

To speed up publication please send two copies of your paper. From photographs and figures (in indian ink) only one copy is required.

Papers which would cover more than 12 printed pages can normally not be accepted. Manuscripts which have not been asked for by the editor, are only returned if postage is enclosed. If manuscripts are not written in German, a German summary is requested.

Papers cited should appear in the Bibliography at the end of the paper in alphabetical order by author, several papers of the same author in chronological order. Give at least the initials of the authors. For books give also the title, the place and year of publication, and, if possible, the publishers. For papers published in periodicals give at least the title of the periodical in the standard international abbreviation, the volume, the pages (e.g. p. 317–324) and the year of publication. (It is useful to add the title of the publication.) When more than one paper of the same author and the same year of publication is cited, the papers are distinguished by a small letter following the year, such as "a", "b" etc. References should be cited in the text by the author's name and the year of publication (if necessary followed by "a" etc.), but generally not with the full title of the paper. It might be useful to mark also the page or paragraphe referred to.

1972

HERMANN SCHROEDEL VERLAG KG
Hannover · Berlin · Darmstadt · Dortmund

Gesamtherstellung: Druckerei Hans Oeding, Braunschweig

Printed in Germany